

Ressources Educatives Libres

# ELECTRICITE GENERALE

Université Nationale des Sciences,  
Technologies, Ingénierie et Mathématiques d'Abomey



Novembre 2023

# Chapitre 1

## Electrostatique dans le vide

### 1.1 Charges électriques

Dans tout phénomène physique intervient un objet dont la structure confère certaines propriétés à l'espace qui l'entoure. Dans le cas de la gravitation, l'objet est constitué par une masse. En électrostatique, l'objet est une charge, mesurée en coulomb (C) dans le système international. Il existe deux types de charge électrique : les charges de même nature se repoussent tandis que celle qui sont de nature différente s'attirent. Les uns sont dites positifs et sont mesurées par un nombre positif, les autres sont dites négatives et sont mesurées par un nombre négatif. Toute charge est multiple de la charge élémentaire :  $e = 1,610^{-19}C$ .

Les atomes sont constitués de particules chargées, à savoir :

- Les électrons : ( $e^-$ ) responsables de la conduction électrique dans les métaux de charge  $q_e = -e$  et de masse  $m_e = 9,1.10^{-31}kg$  ;
- Les protons : ( $H^+$ ) de charge  $q_p = e$  et de masse  $m_p = 1,67.10^{-19}kg$  ;

Ainsi que les ions et les porteurs de charge dans les semi-conducteurs qui peuvent être des électrons ou des des trous (absence d'électrons. On distingue :

- Les charges ponctuelles : supposées sans dimension, ce qui est analogue à l'hypothèse du point matériel en mécanique.
- Les distributions continues de charge : hypothèse d'une charge macroscopique permettant de définir une charge infinitésimale  $dq$  à laquelle on peut appliquer les formules établies dans le cas d'une charge ponctuelle, avant d'intégrer sur la distribution ? On définit ainsi les densités
  - linéique de charge sur un fil :  $\lambda = \frac{dq}{dl}$  ;
  - surfacique (ou superficielle) de charge sur une surface  $\sigma = \frac{dq}{ds}$  ;
  - volumique de charge dans un volume  $\rho = \frac{dq}{d\tau}$

aux quelles correspondent respectivement les charges infinitésimales  $\lambda dl, \sigma ds, \rho d\tau$ .

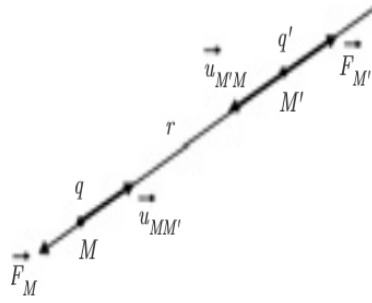
**NB :**

- Il y a toujours conservation de la charge électrique au cours d'une interaction électrostatique,
- la charge électrique est quantifiée ;
- la valeur absolue de la charge de l'électron est égale à celle du proton

### 1.2 L'interaction coulombienne

La loi de coulomb exprime la force  $\vec{F}_M$  exercée par une charge ponctuelle  $q$  sur une charge ponctuelle  $q'$ , les deux charges étant distantes de  $r = MM'$ .

$$\vec{F}_M = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq'}{r^2} \vec{u}_{12}, \vec{F}_{M'} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q'q}{r^2} \vec{u}_{MM'} \quad (1.1)$$



$\vec{u}_{MM'}$  est le vecteur unitaire porté par le support de  $q$  et  $q'$  orienté de  $M$  vers  $M'$ . La constante diélectrique du vide est  $\epsilon_0$  fixée telle que  $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9 \text{USI}$ .

**NB :** La force coulombienne est répulsive si les charges sont de même signe, elle est attractive si elle sont de signe contraires.

## 1.3 Le champ électrostatique

Le champ électrostatique est défini à partir de la force de coulomb. Il faut distinguer les charges sources qui créent le champ électrostatique et la charge témoin qui permet de mettre en évidence ce champ électrostatique sans le perturber. Une charge témoin  $q_0$  située en un point  $M$  où règne le champ électrostatique  $\vec{E}(M)$  sera soumise à la force

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}(M) \quad (1.2)$$

### 1.3.1 Expression du champ

Si la charge source est ponctuelle et vaut  $q$ , elle crée au point  $M$ , situé à la distance  $r$  de celle-ci, le champ :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u} \quad (1.3)$$

S'il s'agit d'un ensemble de charges sources ponctuelles  $q_i$  situées respectivement aux distances  $r_i$  du point  $M$  ; conformément au principe de superposition, le champ s'écrit :

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i \quad (1.4)$$

Pour une distribution volumique de charges sources réparties dans le volume  $V$ , le champ au point  $M$  vaut

$$\vec{E}(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_V \frac{\rho(r) d\tau}{r^2} \quad (1.5)$$

la norme du champ électrostatique s'exprime en  $V.m^{-1}$ .

### 1.3.2 Propriété fondamentale du champ électrostatique

- Le champ créé par une charge source ponctuelle est un champ vectoriel à symétrie sphérique.
- Un champ vectoriel à symétrie sphérique et dont la norme varie en  $\frac{1}{r^2}$  est conservatif.
- Tout champ électrostatique est dit conservatif, ce qui signifie que sa circulation sur une courbe fermée est nulle. Il dérive alors d'un potentiel scalaire  $V$ .
- Le champ électrostatique est orienté vers les potentiels décroissants.

## 1.4 Le potentiel électrostatique

### 1.4.1 Définition

A partir du champ électrostatique, on définit le potentiel  $V$  :

- Soit par l'équation locale, valable en tout point  $M$  de l'espace  $\vec{E}(M) = -\overrightarrow{\text{grad}}V(M)$ ,
- Soit par l'équation intégrale définissant la circulation du champ  $\vec{E}$  le long d'un circuit  $AB$
- La circulation du champ  $\vec{E}$  le long du circuit  $AB$  ne dépend du chemin suivi.

$$C_{\vec{E}/AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{\ell} \quad (1.6)$$

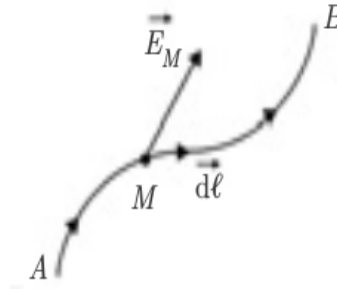


FIGURE 1.1 – Circulation du champ

### 1.4.2 Expression du potentiel électrostatique

Le potentiel est défini à une constante près. Pour choisir cette constante, on ne peut choisir  $V(\infty) = 0$  que s'il n'y a pas de charge source située à l'infini. Le potentiel s'exprime en volt (V).

- Pour une source ponctuelle située à la distance  $r$  du point  $M$  :

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i} + cste \quad (1.7)$$

- Pour une distribution continue de charges,  $V$  s'écrit

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint_v \frac{\rho(r)d\tau}{r} + cste \quad (1.8)$$

où  $v$  est le volume occupé par les charges sources.

### 1.4.3 Signification physique du potentiel

$V(M)$  représente le travail à fournir pour amener une charge témoin  $q_0$  de l'infini au point  $M$ , divisé par la charge  $q_0$ .

L'énergie potentielle électrostatique d'une charge située au point  $M$  où règne le potentiel  $V(M)$  s'écrit donc

$$U = qV(M) = E_p \quad (1.9)$$

## 1.5 Lignes de champ et surface équipotentielles

### 1.5.1 Lignes de champ

Une ligne de champ est une courbe orientée à laquelle le champ  $\vec{E}(M)$  est tangent en chacun des points  $M$  de la courbe.

Autour d'une charge ponctuelle  $q$ , les lignes de champ sont radiales, orientées vers l'extérieur (dites souvent divergentes) si la charge  $q \geq 0$ , et orientées vers la charge (dites convergentes) si  $q \leq 0$ .

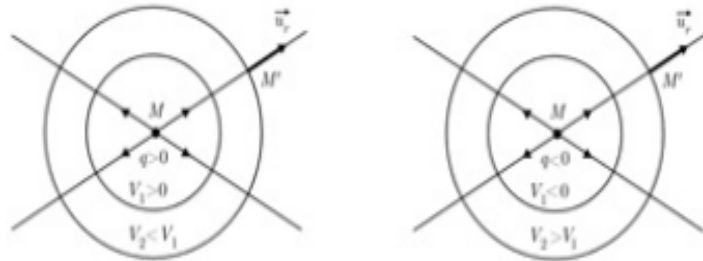


FIGURE 1.2 – Lignes de champ et Surfaces équipotentielles

Lorsque l'on considère deux charges ponctuelles de même valeur absolue, les lignes de champ sont très différentes selon que les deux charges sont de signe opposé, ou de même signe, figure

### 1.5.2 Surfaces équipotentielles

Une surface équipotentielle est l'ensemble des points tels que le potentiel est constant sur cette surface. Les lignes de champ sont normales aux surfaces équipotentielles voir Fig (1.2).

# Chapitre 2

## Théorème de Gauss

### 2.1 Définition

On considère plusieurs charges  $q_i$ , les unes à l'intérieur du volume  $\tau$ , les autres à l'extérieur.

- Si  $q_i$  est à l'intérieur  $\Phi_i = \frac{q_i}{\epsilon_0}$ ,
- Si  $q_i$  est à l'extérieur :  $\Phi_i = 0$ .

Par conséquent, le flux du champ résultant à travers ( $S$ ) n'est dû qu'aux seules charges intérieures à  $S$  :

$$\Phi_i = \iint_s \vec{E} \cdot \vec{ds} = \sum_i \frac{q_i}{\epsilon_0} \quad \text{charge intérieures uniquement} \quad (2.1)$$

### 2.2 Loi locale et loi intégrale

Soit une surface ( $S$ ) fermée, contenant une charge  $Q$  répartie uniformément dans le volume  $\tau$  qu'elle entoure, la densité volumique étant  $\rho$ . On a alors

$$\Phi = \iint_s \vec{E} \cdot \vec{ds} = \frac{1}{\epsilon_0} \iiint_{(\tau)} \rho d\tau = \frac{Q}{\epsilon_0} \quad (2.2)$$

Cette écriture constitue la forme intégrale du théorème de Gauss. Le théorème de la divergence permet d'écrire par ailleurs :  $\Phi = \iint_s \vec{E} \cdot \vec{ds} = \iiint_{\tau} \text{div} \vec{E} d\tau$

De ces relations, on déduit la forme suivante pour le théorème de Gauss  $\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$  elle désigne la loi locale du théorème de Gauss.

### 2.3 Equations de poisson et de Laplace

En présence d'une densité volumique de charge, on peut écrire les deux lois locales :

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}} V, \quad (2.3)$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.4)$$

$$\implies \text{div}(-\overrightarrow{\text{grad}} V) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (2.5)$$

$$\implies \Delta V + \frac{\rho}{\epsilon_0} = 0 \quad \text{équation de Poisson} \quad (2.6)$$

Dans le vide on  $\Delta V = 0$  (équation de Laplace).

**Exemples d'application**

1. Déterminer le champ électrique et le potentiel électrique créés par un fil rectiligne infini chargé d'une densité linéique  $\lambda$ .
2. Déterminer le champ électrique et le potentiel électrique réé par une sphère chargée d'une densité volumique  $\rho$  uniforme.

### Résultats

1. La distribution de charge est invariante par rotation autour du fil et par translation parallèle au fil : le potentiel et champ ne peuvent donc dépendre des coordonnées cylindre  $\varphi$  et  $z$ .

$$V = V(r), \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = -\frac{dV}{dr}\vec{e}_r$$

Le champ électrique est donc radial. pour calculer le champ en  $M$ , on peut choisir comme surface fermée d'intégration ( $S$ ) un cylindre de révolution autour du fil, de rayon  $r$  et de hauteur  $h$  (surface de gauss).

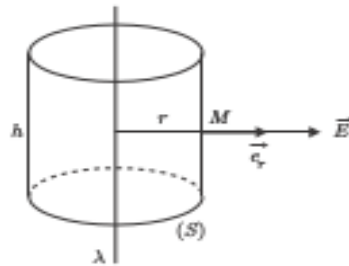


FIGURE 2.1 – surface de Gauss pour un fil rectiligne infini

Le flux sortant par les bases étant nul, on a

$$\Phi = \oint_{(s)} \vec{E} \cdot \vec{ds} = \iint_{(S_{lat})} E ds = E \iint_{(S_{lat})} ds = 2\pi r h E \quad (2.7)$$

$$\sum \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \quad (2.8)$$

Le théorème de Gauss s'écrit donc

$$2\pi r h E = \frac{\lambda h}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda \vec{e}_r}{2\pi \epsilon_0 r} \quad (2.9)$$

Le potentiel en  $M$  se déduit de  $\vec{E}$  par

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V \Rightarrow dV = -E dr \quad (2.10)$$

$$\text{D'où } V = -\int E dr = -\frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln r + cste$$

Les lignes de champ sont des droites radiales, et les surfaces équatipotentielles des cylindres coaxiaux de révolution autour du fil.

2. Par suite de la symétrie sphérique, on peut considérer que  $V = V(r)$  et par conséquent que

$$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}V = -\frac{dV}{dr}\vec{e}_r \quad (2.11)$$

est radial d'une part, et ne dépend que de  $r$  d'autre part.

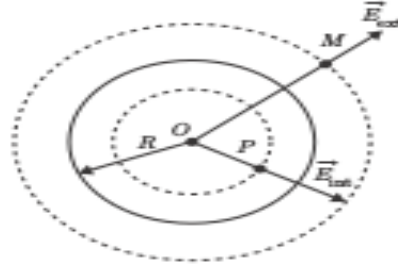


FIGURE 2.2 – Surface de Gauss pour une symétrie sphérique

- Champ à l'extérieur :  $OM \geq R$

Soit  $(S_1)$  la surface de Gauss passant par le point  $M$  extérieur (sphère de rayon  $r$ ) on a :

$$\oint_s E_{ext} ds = E_{ext} \oint_{(s_1)} = 4\pi r^2 E_{ext}$$

$$\sum \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{4\pi R^3 \rho}{3\epsilon_0}$$

Le théorème de Gauss donne donc

$$4\pi r^2 E_{ext} = \frac{4\pi R^3 \rho}{3\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E}_{ext} = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r$$

- Champ à l'intérieur :  $OP \leq R$

Soit  $(S_2)$  la surface de Gauss passant par le point  $P$  intérieur ( sphère de rayon  $r$ ). On a encore

$$\oint_s E_{int} ds = 4\pi r^2 E_{int}, \quad \sum \frac{q_{int}}{\epsilon_0} = \frac{4\pi r^3 \rho}{3\epsilon_0}$$

On a d'après le théorème de Gauss  $\vec{E}_{int} = \frac{\rho r}{3\epsilon_0} \vec{u}_r$

### Calcul du potentiel

Le champ  $\vec{E}$  étant radial,  $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{r} = -E dr$

A l'extérieur, on a :

$$V_{ext} = - \int E_{ext} dr = - \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \int \frac{dr}{r^2} = \frac{\rho R^2}{3\epsilon_0 r} + C_1$$

$r \rightarrow \infty, V \rightarrow 0 \Rightarrow C_1 = 0$

A l'intérieur

$$V_{int} = - \int E_{int} dr = - \frac{\rho}{3\epsilon_0} \int r dr = - \frac{\rho r^2}{6\epsilon_0} + C_2 \quad (2.12)$$

La continuité de  $V$  à la surface de la sphère donne

$$\frac{\rho R^2}{3\epsilon_0 R} = - \frac{\rho R^2}{6\epsilon_0} + C_2 \Rightarrow C_2 = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \quad (2.13)$$

$$V_{int} = \frac{\rho R^2}{2\epsilon_0} \left[ 1 - \frac{r^2}{3R^2} \right] \quad (2.14)$$

Autre méthode

$$\vec{dE} = \frac{\lambda dz \vec{PM}}{4\pi\epsilon_0 PM^3}, \quad \vec{PM} = \vec{PO} + \vec{OM} = r\vec{u}_r - z\vec{u}_\theta, \quad PM = \sqrt{r^2 + z^2} \quad (2.15)$$

Les composantes du champ total s'écrivent alors

$$E_r = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (2.16)$$

$$(2.17)$$

Posons

$$\tan \alpha = \frac{z}{r} \Rightarrow \frac{d\alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{dz}{r}$$

$$z \rightarrow -\infty, \alpha \rightarrow -\frac{\pi}{2} \quad z \rightarrow +\infty, \alpha \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

Les composantes du champ peuvent être calculées en posant

$$z = r \tan \alpha, \quad dz = \frac{rd\alpha}{\cos^2 \alpha}, \quad \sqrt{r^2 + z^2} = \frac{r}{\cos \alpha}$$

$$E_z = \frac{-\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \alpha d\alpha = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [\sin \alpha]_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$$

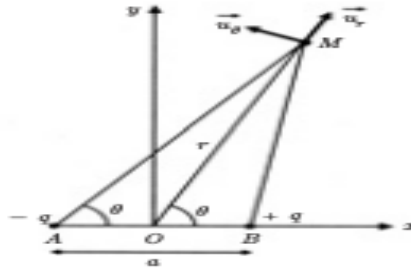
$$\text{D'où } \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \vec{u}_r$$

## 2.4 Dipôle électrostatique : Potentiel et champ créés

### 2.4.1 Définition du dipôle électrostatique

On appelle dipôle électrostatique le système constitué de deux charges ponctuelles opposées  $-q$  et  $+q$  situées respectivement aux deux points  $A$  et  $B$  distants de  $a$  et tels que  $a = AB$  soit très petite devant les autres distances envisagées

### 2.4.2 Moment dipolaire



On définit le moment dipolaire par le vecteur

$$\vec{P} = q\vec{AB} = qa\vec{u}_{AB} \quad (2.18)$$

On peut noter que  $q$  est toujours la valeur absolue de la charge et que  $\vec{P}$  orienté de la charge négative vers la charge positive.

L'unité de cette quantité est donc, dans les unités du système international, le coulomb mètre ( $C.m$ ) compte tenu des ordres de grandeur, on préfère souvent donner les moments dipolaires en debye de symbole  $D$ ,  $1D = 3.336.10^{-30}C.m$

### 2.4.3 Potentiel électrostatique crée par un dipôle

Le potentiel crée en  $M$  par les deux charges ponctuelles  $(-q)$  et  $(+q)$  s'écrit, d'après le principe de superposition on a

$$V(M) = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0 AM} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 BM} \quad (2.19)$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{BM} - \frac{1}{AM} \right) \quad (2.20)$$

On se place en coordonnées polaire d'origine  $O$  dans un plan contenant le point  $M$  et la droite  $(AB)$  sans perdre en généralité du fait de la symétrie autour de cette droite. On obtient

$$AM^2 = (\vec{AO} + \vec{OM})^2 = AO^2 + OM^2 + 2\vec{AO} \cdot \vec{OM} \quad (2.21)$$

$$= r^2 + \frac{a^2}{4} + 2r \frac{a}{2} \cos \theta \quad (2.22)$$

$$= r^2 \left( 1 + \frac{a^2}{4r^2} + \frac{a}{r} \cos \theta \right). \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{AM} = \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{a^2}{4r^2} + \frac{a}{r} \cos \theta \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.24)$$

Comme le point  $M$  est loin de la distribution, on a  $\ll r$  et on peut effectuer un développement limité de la relation précédente :

$$\frac{1}{AM} = \frac{1}{r} \left( 1 - \frac{a}{2r} \cos \theta + 0 \left( \frac{a}{r} \right) \right) \quad (2.25)$$

De la même manière, on obtient

$$\frac{1}{BM} = \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{a}{2r} \cos \theta + 0 \left( \frac{a}{r} \right) \right) \quad (2.26)$$

Ce qui permet d'obtenir l'expression du potentiel dans le cadre de l'approximation considérée (au premier ordre)

$$V(M) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \left( 1 + \frac{a}{2r} \cos \theta - 1 + \frac{a}{2r} \cos \theta \right) \quad (2.27)$$

$$= \frac{qa \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2.28)$$

Or  $qa = P$  et  $P \cos \theta = \vec{P} \cdot \frac{\vec{OM}}{OM}$

$$V(M) = \frac{\vec{P} \cdot \vec{OM}}{4\pi\epsilon_0 (OM)^3} = \frac{POM}{4\pi\epsilon_0 (OM)^3}$$

### 2.4.4 Champ électrostatique crée par un dipôle

On déduit l'expression du champ électrostatique du potentiel à partir de la relation  $\vec{E} = -\vec{\text{grad}}V$  et de l'expression obtenue pour le potentiel

$V(M) = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ . En coordonnées polaires

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = \frac{2p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}, \quad E_\theta = -\frac{\partial V}{r \partial \theta} = \frac{p \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (2.29)$$

# Chapitre 3

## Les conducteurs en équilibre électrostatique

### 3.1 Définition

Les conducteurs sont des milieux dans lesquels existent des charges libres (positives ou négatives) pouvant être mises en mouvement sous l'action d'un champ électrostatique. Parmi les conducteurs, on peut citer les métaux, les semiconducteurs, les électrolytes ou encore les gaz ionisés.

A l'intérieur d'un système isolé constitué par plusieurs conducteurs, des déplacements de charges peuvent s'opérer :

- par frottement de corps non chargés préalablement,
- par contact de deux corps, si l'un des deux corps ou les deux sont chargés initialement,
- par l'influence de corps chargés sur un corps isolé placé en leur voisinage

### 3.2 Conducteur en équilibre électrostatique : champ et potentiel

On définit la condition d'équilibre d'un conducteur comme impliquant l'immobilité des charges contenues à l'intérieur de ce conducteur.

### 3.3 A l'intérieur du conducteur

A l'intérieur du conducteur le champ électrostatique est nul ( de sorte que  $\vec{F} = q\vec{E} = \vec{0}$  ). L'équation locale s'écrit :  $\text{div}(\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0})$  entraîne que l'équilibre s'exprime finalement par  $\vec{E} = \vec{0}, V = \text{cste}, \rho = 0$ .

#### 3.3.1 Au voisinage du conducteur

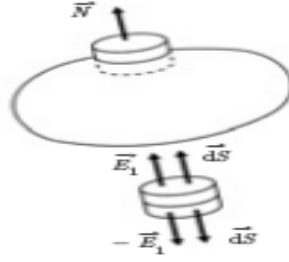
Les charges portées par un conducteur ne peuvent se répartir que sur sa surface qui porte alors une densité surfacique  $\sigma$ .

##### **Théorème de coulomb**

Au voisinage d'une surface chargée, le champ électrostatique est normal à la surface du conducteur et vaut :  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$ .

Où  $\vec{n}$  est un vecteur normal à la surface et dirigé vers l'extérieur. Le champ est donc dirigé vers l'extérieur si  $\sigma > 0$ .

### 3.3.2 A la surface du conducteur



Soit  $ds$  un élément de surface sur un conducteur chargé d'une densité surfacique  $\sigma$ . le théorème de Gauss appliqué au cylindre élémentaire indiqué sur la figure donne :

$$E_1 ds + E_1 ds = \frac{\sigma ds}{\epsilon_0} \Rightarrow E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Le champ extérieur crée par l'élément  $ds$  seul est donc  $\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n}$ .

Or le champ extérieur au voisinage de  $ds$  pris sur le conducteur chargé est :  $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$ . On en déduit que le champ crée par le reste du conducteur (conducteur privé de  $ds$ ) est

$$\vec{E}_2 = \vec{E} - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}. \quad (3.1)$$

L'élément  $\sigma ds$  ne voyant pas son propre champ, ne subit que l'action du champ  $\vec{E}_2$ . Il en résulte une force :

$$d\vec{F} = \sigma ds \vec{E}_2 = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} ds \vec{n}. \quad (3.2)$$

On peut ainsi définir une pression électrostatique s'exerçant en tout point de la surface du conducteur chargé :

$$p = \frac{dF}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}. \quad (3.3)$$

## 3.4 Capacité d'un conducteur seul dans l'espace

Si  $Q$  est la charge portée par la surface externe d'un conducteur et  $V$  le potentiel du conducteur ou de sa surface, la capacité du conducteur est :  $C = \frac{Q}{V}$ .

### 3.4.1 Plusieurs conducteurs en équilibre électrostatique

le phénomène d'influence apparaît lorsque plusieurs conducteurs chargés interagissant. Lorsque deux conducteurs ( $C_1$ ) et ( $C_2$ ) sont en équilibre, il y a influence mutuelle.

#### **Théorème des éléments correspondant**

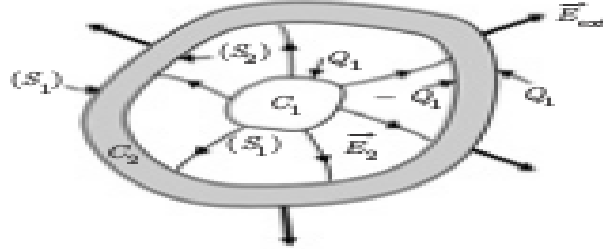
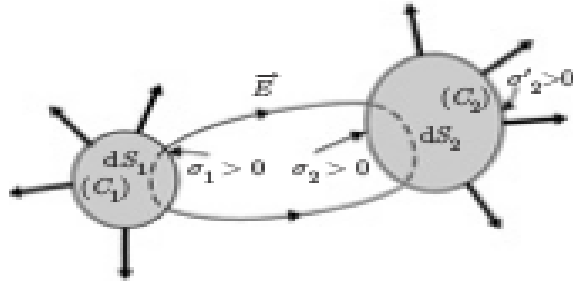
Si (1) et (2) sont deux lignes de champ quelconques  $ds_1$  et  $ds_2$  sont appelés des éléments correspondants. Les charges respectives portées par ces éléments sont telles que  $q_1 = -q_2$ .

### 3.4.2 Influence totale

Elle correspond au cas où le conducteur ( $C_2$ ) entoure le conducteur ( $C_1$ ). On a alors

$$Q_1 = \int_{S_1} \sigma_1 ds_1 = - \int_{S_2} \sigma_2 ds_2 \quad (3.4)$$

Les charges globales portées par les deux surfaces en regard sont égales et opposées. On peut donc résumer la situation de la manière suivante :



- Dans la partie massive de  $C_1$  :  $\vec{E}_1 = \vec{0}$ ;
- Sur la surface de  $C_1$  charge  $Q_1 > 0$  créant  $\vec{E}_2$ ;
- Sur la surface interne de  $C_2$  : charge  $-Q_1$ ,
- Sur la surface externe de  $C_2$  : apparition de la charge  $+Q_1$  pour assurer la neutralité de  $C_2$  ( si l'on suppose  $(C_2)$  neutre au départ),
- à l'extérieur des deux conducteurs : le champ  $\vec{E}_{ext}$  est celui crée par la seule charge  $Q_1$  portée par la surface externe de  $C_2$

### 3.4.3 Condensateurs

Un condensateur est constitué de deux conducteurs  $A$  et  $B$  en influence totale. La capacité d'un condensateur est égale à :

$$C = \frac{Q_A}{V_A - V_B} \quad (3.5)$$

## 3.5 Energie potentiel

- L'énergie potentielle d'interaction, entre une particule de charge  $q$ , de position  $M$  et un champ électrostatique  $\vec{E}(M)$  associé au potentiel  $V(M)$  est  $E_p = qV$
- L 'énergie potentielle d'interaction de deux charges  $q_1$  et  $q_2$  situées en  $M_1$  et  $M_2$  est  $E_{P_{int}} = \frac{q_1 q_2}{\pi \epsilon_0 M_1 M_2}$ .

## 3.6 Analogie avec le champ de gravitation

- Une particule de masse  $m$  placée en  $M$ , en présence d'une distribution de masse  $D$ , subit une force d'origine gravitationnelle :  $\vec{F} = m\vec{g}(M)$   
Où  $\vec{g}(M)$  est le champ de gravitation crée en  $M$  par la distribution  $D$ .
- Le champ de gravitation  $\vec{g}(M)$  , crée en  $M$  par une particule de masse  $m$  située en  $P$  a pour expression :

$$\vec{g}(M) = -\frac{Gm}{PM^2}\vec{e}_{PM} = -\frac{Gm}{PM^2}\vec{u} \quad \text{avec} \quad G = 6.67 \cdot 10^{-13} m^3 kg^{-1} s^{-2} \quad (3.6)$$

avec  $\vec{e}_{PM}$  le vecteur unitaire orienté de  $P$  vers  $M$ . Deux remarques essentielles s'imposent entre la force d'interaction électrostatique et la force de gravitation

- les deux forces ont pour direction la droite qui relie les positions des deux particules ; leurs intensités sont également toutes les deux inversement proportionnelles au carré de la distance entre les deux particules.
- cependant, une distinction importante est à retenir : alors que la force d'interaction électrostatique peut être attractive ou répulsive, selon les signes des deux charges, la force d'interaction gravitationnelle est, elle toujours attractive.

|                                                          |                                                 |
|----------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| Electrostatique                                          | gravitation                                     |
| Charge $q$                                               | masse $m$                                       |
| densité volumique de charge                              | masse volumique                                 |
| force $\vec{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$ | force $\vec{F} = -Gm.m' \frac{\vec{u}}{r^2}$    |
| champ $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$   | champ $\vec{g} = -Gm \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$ |
| Constante $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$                     | $-G$                                            |