

Notes de cours sur l'hydrologie

Université Nationale des Sciences, Technologies,
Ingénierie et Mathématiques d'Abomey



PADONOU G. Tankpinou
Novembre 2023

Chapitre III : Hydrologie

A Le Cycle Hydrologique / Le Cycle de l'eau

L'eau des océans constitue les 97% de toute l'eau existante. Les 3% restant sont des eaux douces qui sont aussi réparties entre les calottes glaciaires ainsi que dans les glaciers pour 68%, 31% dans les nappes phréatiques (eau souterraine) et moins de 1% est considéré comme de l'eau de ruissellement ou eau de surface. Cette eau de surface est répartie à 87% dans les lacs, 11% dans les marais et 2% dans les rivières.

A.1 Propriétés Physiques de l'eau

L'eau est incolore, inodore et insipide. L'eau est un solvant universel, elle est adhésive et élastique "Il en résulte une tension de surface ou tension superficielle (l'eau est à l'interface entre 2 surfaces différentes). L'eau a une chaleur spécifique élevée (énergie à amener pour changer l'eau d'un degré). L'eau a une densité maximale à 4°C, ce qui permet à la glace de flotter. Le pH est la mesure de la quantité relative d'hydrogène libre et d'ions d'hydroxyde dans l'eau (H^+ : acide // OH^- : basique). Le pH est un indicateur des changements chimiques de l'eau. L'eau a un pH neutre (égal à 7). Il détermine la solubilité dans l'eau et l'aptitude biologique des composés chimiques (nutriments; phosphore, azote et carbone // métaux lourds ; plomb, cuivre, cadmium, etc.)

L'eau est un le seul élément terrestre qui puisse être liquide, gaz et solide. Un changement d'état se traduit par un échange d'énergie donc par un change de chaleur.

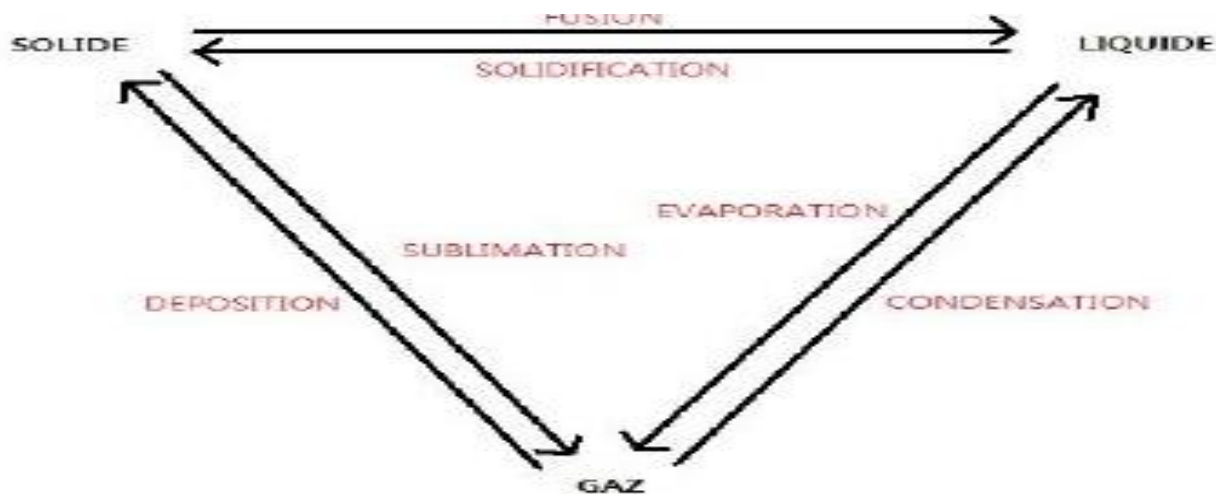


Figure III-1 : Différents états de l'eau

La fusion, la sublimation et l'évaporation se font avec l'absorption d'énergie à l'opposé de la condensation, la solidification et de la déposition où il y a libération d'énergie.

Le cycle de l'eau (cycle hydrologique) est un modèle conceptuel qui décrit le stockage et tous les mouvements de l'eau entre la biosphère, l'atmosphère, la lithosphère et l'hydrosphère.

Autrement le cycle de l'eau inclue tous les cheminements liés au stockage dans un réservoir et le mouvement de l'eau dans ses 3 phases (liquide, gaz et solide.)

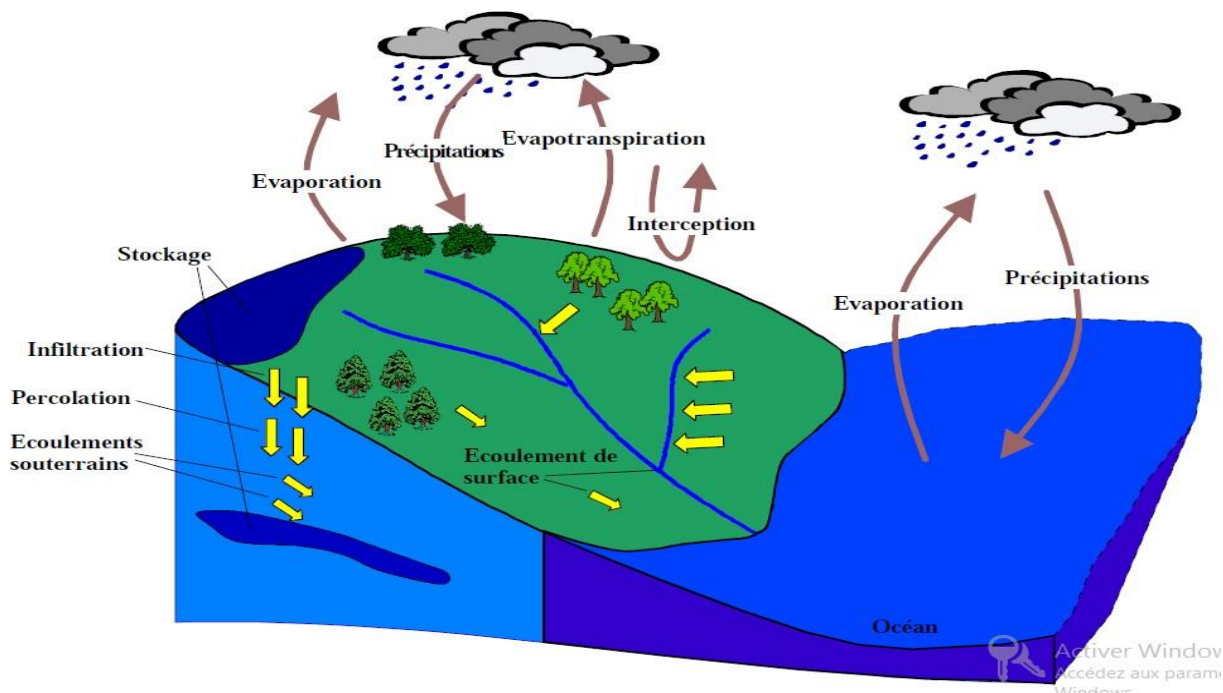


Figure III-2 : Cycle de l'eau

A.2 Les Précipitations

Les eaux météoriques qui tombent sur la surface de la terre, sous forme liquide (bruine, pluie, averse) et sous forme solide (neige, grésil, grêle) et les précipitations déposées ou occultes (rosée, givre,...) elles sont provoquées par un changement de température ou de pression. L'intensité d'une précipitation peut être donnée en millimètre par heure (mm/h) et la lame d'eau précipitée en millimètre d'eau (mm d'eau) par unité de surface horizontale.

(1 mm de pluie = $1\text{dm}^3/\text{m}^2 = 1\text{ L}/\text{m}^2 = 10\text{ m}^3/\text{ha}$)

B Statistique Appliquée à l'hydrologie

Les caractéristiques d'une crue de fréquence donnée peuvent se déterminer par les méthodes statistiques si on dispose de données hydrométriques s'étendant sur une période suffisamment longue, une vingtaine d'années d'affilée au minimum.

Soit A la variable aléatoire continue que nous devons étudier : débit de pointe d'une crue, précipitation journalière, hauteur d'eau à une échelle, etc.

La fonction de répartition $F(x)$ est la probabilité pour que cette variable étudiée A soit inférieure ou égale à x, x étant une valeur que peut prendre A.

$$F(x) = \text{Prob}[A \leq x]$$

éq III-1

Cette fonction $F(x)$ appelée encore fonction de non-dépassement tend asymptotiquement vers 1 (quand A tend vers l'infini). La fonction $F(x)$ est liée à la fonction de dépassement $P(x)$ par la relation

$$P(x) = 1 - F(x)$$

éq III-2

En pratique, ayant un échantillon de N valeurs de A à étudier, classées par ordre décroissant, la fonction de dépassement $P(x)$ est donnée expérimentalement, pour chaque valeur A_R de rang R par :

$$P(A_R) = \frac{R}{N+1} \quad (\text{Ou bien par } P(A_R) = \frac{R-0.5}{N} \text{ où R est le rang dans la série de données classée par valeurs croissantes, N est la taille de l'échantillon, } A_R \text{ la valeur de rang R})$$

Le temps de retour T, notion pratique, quoique très contestée, est donné par la relation :

$$T = \frac{1}{p} = \frac{1}{1-F}$$

Un échantillon de N valeurs de A_i , se caractérise par :

B.1 La moyenne algébrique

$$\bar{A} = \frac{\sum A_i}{N} \quad \text{éq III-3}$$

La variance ou moment centré d'ordre 2 (écart quadratique moyen ou écart type)

$$\sigma^2 = \frac{\sum (A_i - \bar{A})^2}{N-1} \quad \text{éq III-4}$$

On Montre que $\sigma^2 = \frac{1}{N-1} \times [\sum A_i^2 - N\bar{A}^2]$

B.2 Le moment centré d'ordre 3

$$\mu_3 = \frac{N}{(N-1) \times (N-2)} \times \sum (A_i - \bar{A})^3 \quad \text{éq III-5}$$

B.3 Quelques lois statistiques

Le phénomène observé est généralement ajusté par des lois statistiques très nombreuses. Nous retenons ici quelques-unes qui font intervenir peu de paramètres et sont donc facilement utilisables:

- loi de GIBRAT-GALTON,
- loi de GOODRICH,
- loi de PEARSON III,
- loi de GUMBEL, loi de FRECHET.

B.3.1 Loi de GIBRAT-GALTON

La loi de GIBRAT-GALTON est proche de la loi normale ou loi de GAUSS, à l'expression de la variable près. En effet sa fonction de répartition est de la forme :

$$F(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \int_{-\infty}^u \exp\left(\frac{-u^2}{2}\right) du \quad \text{éq III-6}$$

Elle est identique à celle de loi normale, dans laquelle la variable réduite est :

$$u = a \log (Q - Q_0) + b \quad \text{éq III-7}$$

Dans cette expression apparaissent trois paramètres d'ajustement.

Le paramètre Q_0 : il peut être calculé par la méthode des moments, qui a pour inconvénient d'introduire des distorsions pour les petits échantillons.

Cette méthode s'appuie sur les moments d'ordre 2 et 3, que nous avons définis précédemment ; on a l'expression :

$$\frac{\sigma^4}{\mu_3} = \frac{(\bar{Q} - Q_0)^3}{\sigma^2 + 3(\bar{Q} - Q_0)^2} \quad \text{éq III-8}$$

Les paramètres d'ajustement a et b . Ils peuvent être calculés de deux manières :
à l'aide des équations déduites des moments

$$\begin{cases} a = \frac{1.517}{\sqrt{\log\left[1 + \frac{\sigma^2}{(\bar{Q} - Q_0)^2}\right]}} \\ b = \frac{1.1513}{a} - a \times \log(\bar{Q} - Q_0) \end{cases} \quad \text{éq III-9}$$

à l'aide des équations issues du maximum de vraisemblance

$$\begin{cases} a^2 = \frac{1}{\frac{\sum \log^2(Q_i - Q_0)}{N} - \frac{[\sum \log(Q_i - Q_0)]^2}{N^2}} \\ b = \frac{-a \times \sum \log(Q_i - Q_0)}{N} \end{cases}$$

Les calculs à la main des expressions ci-dessus sont ardues, mais avec les calculatrices électroniques de poche programmables ou non, on parvient aisément aux résultats cherchés.

B.3.2 Loi de GUMBEL et FRECHET

Appelées lois doublement exponentielles ou lois des valeurs extrêmes, elles se présentent, toutes deux, sous la forme

$$F(Q) = e^{-e^{-u}} \quad \text{éq III-10}$$

où $F(Q)$ est la fonction de non-dépassement avec :

$u = \alpha(Q - Q_0)$ pour la loi de GUMBEL

$u = \alpha(\log Q - (\log Q)_0)$ et pour la loi de FRECHET.

Ces lois font apparaître deux paramètres α et Q_0

Détermination des paramètres d'ajustement

Pour chaque type de loi, les paramètres d'ajustement se déduisent des paramètres statistiques selon le tableau suivant :

: Expressions selon GUMBEL et FRECHET

GUMBEL	FRECHET
$\bar{Q} = \frac{\sum Q}{N}$	$\overline{\log Q} = \frac{\sum \log Q}{N}$
$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (Q - \bar{Q})^2}{N - 1}}$	$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (\log Q - \overline{\log Q})^2}{N - 1}}$
$\frac{1}{\alpha} = 0.780 \times \sigma$	$\frac{1}{\alpha} = 0.780 \times \sigma$
$Q_0 = \bar{Q} - 0.45 \times \sigma$	$(\log Q)_0 = \overline{\log Q} - 0.45 \times \sigma$

B.3.3 Calcul des débits (intensité de pluie) de diverses fréquences

Ils se calculent directement par l'intermédiaire de la variable u tirée de la loi de répartition qui donne $u = -\log(-\log F)$

qu'on égale à :

$u = \alpha(Q_F - Q_0)$ pour GUMBEL et

$u = \alpha(\log Q_F - (\log Q)_0)$ pour FRECHET

Afin d'obtenir la valeur correspondante Q_F ou Q_T avec $T = \frac{1}{1-F}$

B.3.4 Test de validité d'un ajustement

La population étudiée est approximativement représentée par la loi choisie pour ajuster sa distribution statistique. L'on commet une erreur d'adéquation (erreur commise en adoptant une loi donnée). Sur un échantillon donné, plusieurs lois de distribution peuvent être appliquées, donnant des résultats qui peuvent diverger notablement d'une loi à l'autre.

Il convient par conséquent de comparer l'adéquation de ces lois afin d'adopter le moins mauvais des ajustements

L'un des tests les plus usités est le test du χ^2 .

Soit un échantillon de N valeurs classées à étudier et pour lequel une loi de répartition F(X) a été déterminée. On divise cet échantillon en un certain nombre K de classes contenant chacune n; valeurs expérimentales.

Le nombre v_i ; est le nombre théorique de valeurs (sur un échantillon de N valeurs) affectées à la classe i par la loi de répartition. Ce nombre v_i ; est donné par :

$$v_i = N \int_{x_{i+1}}^{x_i} f(x)dx = N[F(x_i) - F(x_{i+1})]$$

$f(x)$ étant la densité de probabilité correspondant à la loi théorique

Le nombre χ^2 est défini par la relation :

$$\chi^2 = \sum_1^k \frac{(n_i - v_i)^2}{v_i}$$

variable aléatoire dont la répartition a été étudiée par PEARSON

Cette répartition dépend du nombre de degrés de liberté $K - 1 - p$, K étant le nombre de classes de l'échantillon et p le nombre de paramètres dont dépend la loi de répartition F.

Ainsi, nous avons pour la loi de GIBRAT-GALTON $p = 3$; et $p = 2$ pour les lois de GUMBEL-FRECHET.

B.3.5 Le procédé pratique de calcul

L'échantillon des N valeurs classées par ordre décroissant ou croissant est divisé en K classes arbitraires, telles que chaque classe i contienne au minimum un nombre $n_i \geq 5$ de valeurs expérimentales.

On détermine v_i , le nombre théorique de valeurs contenues dans la classe i par la relation :

$$v_i = N \int_{x_{i+1}}^{x_i} f(x)dx = N[F(x_i) - F(x_{i+1})]$$

On calcule alors la valeur de :

$$\chi^2 = \sum_1^k \frac{(n_i - v_i)^2}{v_i}$$

On recherche sur les tables de PEARSON, la probabilité de dépassement correspondant au nombre de degrés de liberté $K - 1 - p = \lambda$ (voir annexe n 4).

Si cette probabilité est supérieure à 0,05, l'ajustement est satisfaisant

Si elle est inférieure à 0,05, il y a de fortes chances pour que l'ajustement soit mauvais. Il est préférable de le rejeter.

N.B. Limites de la méthode

Le test du χ^2 , quoiqu'étant le plus usité, présente deux défauts :

L'opérateur garde une certaine liberté dans le choix du nombre de classes et chaque découpage risque de donner des valeurs de χ^2 très différentes ;

Le découpage en classes conduit, d'une part, à négliger les extrémités du rangement qui sont justement les plus importants à la fois pour l'utilisation pratique et pour l'ajustement, et d'autre part, à limiter le test aux valeurs centrales, ce qui est très restrictif.

C Hydrologie

Le calcul des débits de pointe en différents points d'un réseau d'eaux pluviales pour un événement pluvieux d'occurrence donnée (décennale, centennale etc...) dans une région précise du territoire, nécessite :

- une bonne connaissance statistique des précipitations qui peuvent s'y produire,
- une définition précise des caractéristiques des bassins versants, (c'est à dire des surfaces drainées en amont des points où s'effectuent les calculs), qui sont les opérateurs de la transformation de la pluie en débit:

C.1 Mesure des précipitations

Les précipitations (pluie) sont mesurées dans des stations pluviométriques où les relevés se font soit manuellement (pluviomètres), soit à l'aide d'appareils enregistreurs (pluviographes).

Si pendant l'intervalle de temps Δt , l'on récupère le volume (V) à travers la surface (S) du récipient, la hauteur de pluie $H\Delta t$ (ou lame d'eau précipitée) est donnée par l'expression :

$$H_{\Delta t} = \frac{V}{S}$$

Le **pluviomètre** est un appareil où l'eau traversant une surface réceptrice est dirigée par un entonnoir vers un seau récepteur.

Un pluviomètre peut être associé à un pluviographe qui permet la mesure des hauteurs de pluie et leur intensité de manière automatique.

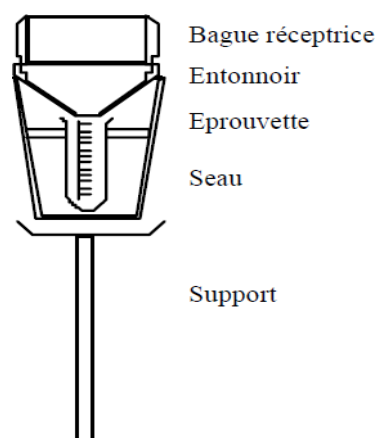


Figure III-3 :pluviographes

Hauteur d'eau précipitée

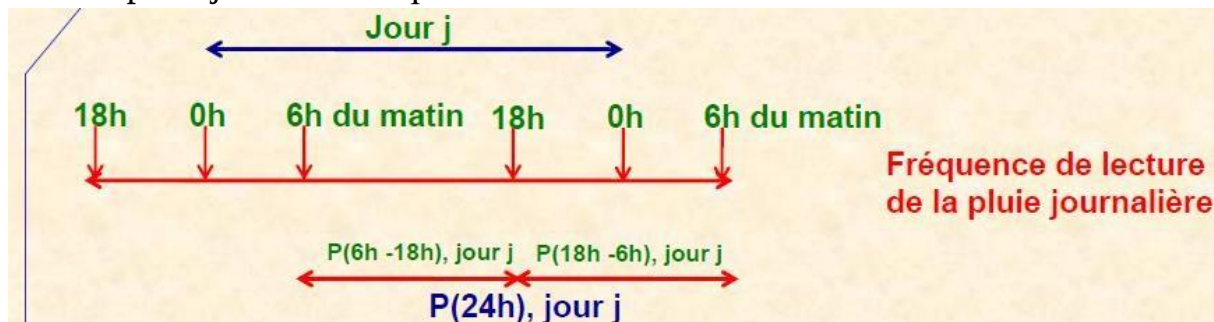
Si à travers une section de 1m² on a recueilli au bout de un an 952 litres d'eau, ce volume représente une hauteur de 952 mm, on dira qu'il est tombé une hauteur $H = 952$ mm en un an.

$$1 \text{ mm d'eau par an} \cong 1 \text{ litre} / \text{m}^2$$

La durée d'observation peut être de plusieurs décennies. Une pluie de 10 mm tombée sur un bassin au cours de 24 heures ne provoquera pas la même réponse du bassin que si elle est tombée en 12 heures ou en 48 heures. L'intensité des pluies représente la lame d'eau tombée par unité de temps.

C.2 Fréquences de lecture

Généralement la lecture se fait tous les jours à six (06) heures du matin. La pluie tombée entre 6h du matin du jour i et 6h du jour $i+1$ est appelée pluie du jour i . Si plusieurs lectures sont faites, alors la pluie journalière représentera le cumul des lectures faites au cours d'une même journée.



La pluie maximale journalière annuelle: est la hauteur maximale de pluie enregistrée en 24h durant les 365 jours de l'année.

On calcule aussi les pluies ou modules pluviométriques mensuels et annuels à partir des pluies journalières. Le module pluviométrique mensuel P_m : est la hauteur d'eau tombée mensuellement en millimètre.

$$p_{mi} = \sum_{i=1}^n P_j$$

P_j est la pluie journalière ($n = 28, 29, 30$ ou 31 jours.)

Le module pluviométrique annuel P_a : est la hauteur maximale de pluie tombée annuellement en millimètre.

$$p_a = \sum_{i=1}^{365} P_{mi}$$

Les observations effectuées sont exploitées sous différentes formes :

L'**Hyétogramme** est un Graphique représentant l'intensité de la pluie (en mm/h ou mm/j) en fonction du temps. La représentation de l'intensité de la pluie demande l'acquisition de données sur un pas de temps réduit (heures ou jours).

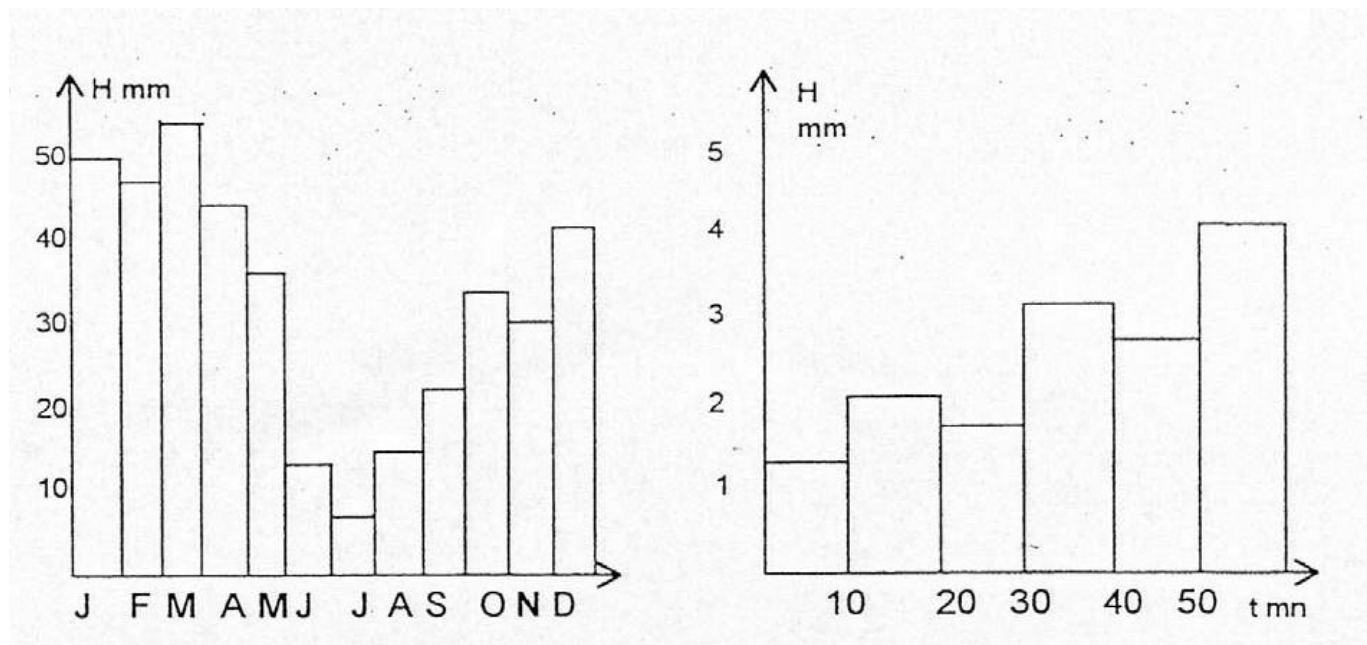


Figure III-4 : Courbe des hauteurs cumulées en fonction du temps. (en mm/h ou mm/mois)

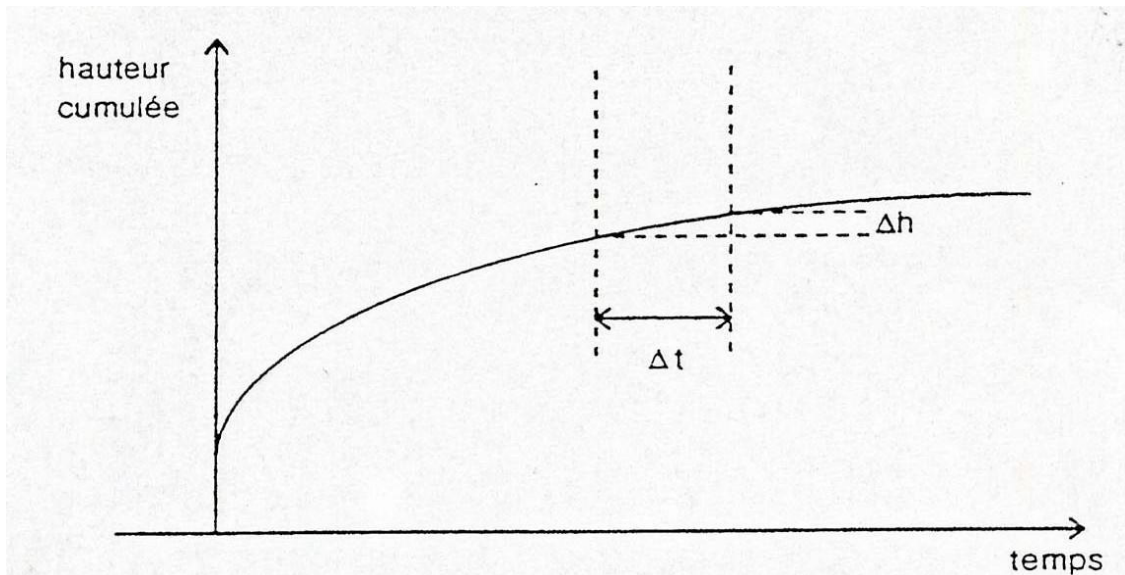


Figure III-5 : représentation Graphique la hauteur de pluie cumulée en fonction du temps (en mm/h ou mm/j)

Les objectifs des traitements statistiques faits sur les mesures de précipitations acquises au niveau des stations météorologiques sont :

- tester la validité des mesures, détecter une valeur erronée ou compléter les lacunes de données ;
- appliquer une statistique descriptive (analyse ponctuelle et spatiale), à des séries chronologiques pour en tirer des informations utiles (condenser les informations, caractériser différents aspects des précipitations comme la fréquence d'un événement pluvieux, tirer des lois etc.).

Ces informations seront utilisées pour estimer principalement les débits de crue nécessaires pour tout projet dans les aménagements hydrauliques.

Une série de mesures d'une seule station peut être utile dans :

- le tracé d'une courbe des hauteurs de pluie cumulée ;
- le tracé du hyétogramme ;
- la définition du temps de retour d'un projet ;

➤ le tracé des courbes IDF (intensité-durée-fréquence).

L'Intensité de précipitation

Soit que, l'on ait enregistré au pluviographe la courbe des hauteurs cumulées pour une averse. Si à l'intervalle de temps Δt correspond la variation de hauteur Δh , l'intensité moyenne i_m associée à l'intervalle de temps Δt est définie par le rapport :

$$i_m = \frac{\Delta h}{\Delta t} \quad \text{éq III-11}$$

En se déplaçant le long de la courbe, les deux verticales espacées de Δt , on lira pour chaque position la valeur de Δh . L'intensité moyenne maximale de l'averse associée à la valeur Δt est définie par :

$$i_m = \max \left(\frac{\Delta h}{\Delta t} \right) = \frac{\max(\Delta h)}{\Delta t} \quad \text{éq III-12}$$

On recommence l'expérience pour une nouvelle valeur de Δt et l'on constatera que l'intensité moyenne maximale diminue quand Δt augmente.

C.3 Courbes Intensité - Durée - Fréquence (IDF)

La probabilité pour qu'une intensité i d'une précipitation (caractérisée par sa hauteur et sa durée) ne soit pas atteinte ou dépassée conditionne les caractéristiques des projets d'aménagements hydrauliques ou hydrologiques. Pour la variable aléatoire i (intensité de pluie), cette probabilité dite fréquence de non-dépassement ou probabilité de non-dépassement est donnée par l'expression :

$$F(xi) = P(i \leq xi)$$

Son complément à l'unité noté $1 - F(x_i)$ est appelé probabilité de dépassement ou fréquence de dépassement ou encore fréquence d'apparition.

On définit alors le temps de retour T d'un événement comme étant l'inverse de la fréquence d'apparition de l'événement et donné par l'expression :

$$T = \frac{1}{1-F(x_i)}$$

Ainsi, l'intensité d'une pluie de temps de retour T est l'intensité qui sera dépassé en moyenne toutes les T années.

Remarques : Les courbes IDF mettent en relation l'intensité, la durée et la fréquence d'apparition des pluies qui sont liées par deux lois générales de pluviosité.

Pour une même fréquence d'apparition (donc un même temps de retour), l'intensité d'une pluie est d'autant plus forte que sa durée est courte.

A durée de pluie égale, une précipitation sera d'autant plus intense que sa fréquence d'apparition sera petite (donc que son temps de retour sera grand).

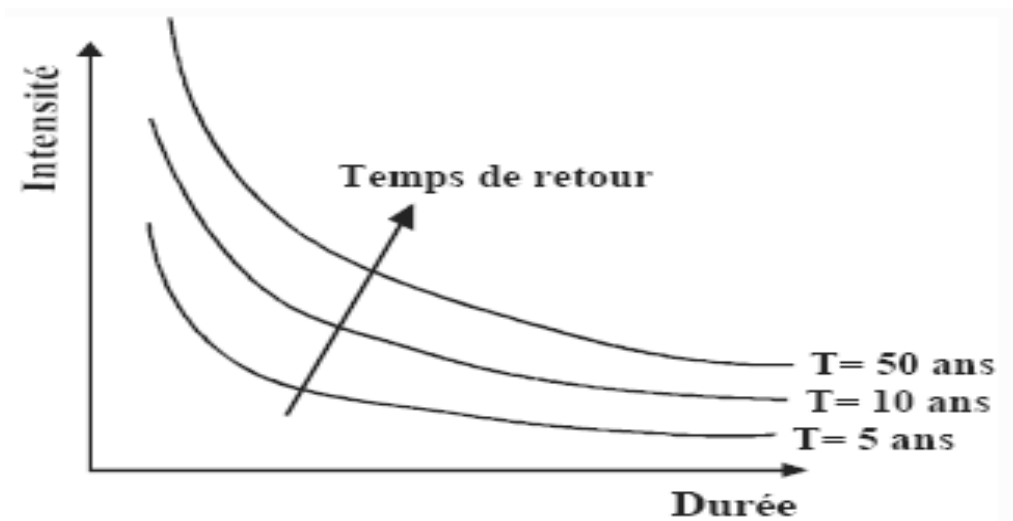


Figure III-6 : Les courbes IDF

Par exemple, si l'on dit que la pluie de hauteur (i) mm est une pluie de période de retour 5 (10 ; 20 etc) ans, cela signifie que statistiquement, cette pluie a été enregistré une fois en 5 (10 ; 20 etc) ans. Il est à noter qu'une pluie de période de retour T ans peut cependant arriver plusieurs fois dans une même année.

Les courbes IDF, permettent :

- à synthétiser l'information pluviométrique en une station précise ;
- de calculer les débits projets utilisés en modélisation hydrologique ;
- d'estimer des débits de crue.

Les courbes IDF sont établies sur la base de l'analyse d'averses enregistrées pendant une longue période à une station donnée. Les courbes obtenues peuvent être construites de manière analytique ou statistique.

C.3.1 Représentation analytique

Il existe plusieurs expressions analytiques de représentation de l'intensité critique d'une pluie en fonction de sa durée. Nous pouvons citer entre autre :

$$\begin{cases} \text{celle de TALBOT} & i = \frac{A}{B+t} \\ \text{celle de MONTANA} & i = a \times t^{-b} \end{cases} \quad \text{éq III-13}$$

t est l'intervalle de référence, considéré au cours du dépouillement exprimée en mn

i est Intensité exprimée en mm/h ou mm/mn.

a , b , A , B sont des paramètres régionaux qui dépendent du lieu où se trouvent la station pluviométrique et de la période de retour de l'averse.

L'analyse systématique de toutes les averses survenues au cours d'une période de plusieurs années à une station, permet de dresser un tableau donnant les intensités observés en fonction de la durée de référence t ou Δt et la période de retour T . On trace alors un graphique à 3 entrées: l'intensité, la durée et la période de retour correspondant à la fréquence choisie. Au nuage de points représentant chaque période de retour, on définit des courbes (IDF) donnant $i = (T)$ pour différentes périodes de retour T .

C.3.2 Représentation statistique (méthodes probabilistes)

Les courbes IDF sont établies sur la base de l'analyse d'averses enregistrées à une station au cours d'une longue période. L'analyse fréquentielle peut s'appliquer si on ne présuppose pas une loi connue (de type Montana, etc.) et si on s'intéresse à des événements rares, donc extrêmes. Les données recueillies sont alors ajustées, à un pas de temps choisi, à une loi statistique qui doit décrire relativement bien la répartition des extrêmes. C'est l'analyse fréquentielle.

L'analyse fréquentielle est une méthode statistique de prédiction consistant à étudier les événements passés, caractéristiques d'un processus donné (hydrologique ou autre), afin d'en définir les probabilités d'apparition future.

L'analyse fréquentielle d'une série d'intensités maximales de pluie permet de déterminer le temps de retour d'une valeur particulière. Il n'est en revanche et à priori pas possible de répondre à d'autres questions pertinentes qui peuvent se poser à l'ingénieur.

Par exemple, la notion de temps de retour ne permet pas de répondre aux questions où q est la probabilité que l'événement ne se produise pas dans une année en particulier.

La prédiction d'un événement hydrologique repose sur la définition et la mise en œuvre d'un modèle fréquentiel, qui est une équation décrivant le comportement statistique d'un processus. Ces modèles décrivent la probabilité d'apparition d'un événement de valeur donnée.

Avant de commencer tout travail, il est primordial de formuler clairement les buts de l'analyse et d'adapter la démarche en conséquence. A cet égard, en hydrologie, l'un des critères essentiels est certainement l'échelle spatio-temporelle : étudier le comportement des crues dans un micro-bassin urbain (à très faible temps de concentration) avec des données de pluie au pas de temps mensuel n'aurait pas de sens.

C.3.3 Choix du modèle fréquentiel

La validité des résultats d'une analyse fréquentielle dépend du choix du modèle fréquentiel (Loi Normale, loi log normale, loi de Gumbel...) et plus particulièrement de son type. Diverses pistes peuvent contribuer à faciliter ce choix, mais il n'existe malheureusement pas de méthode universelle et infaillible.