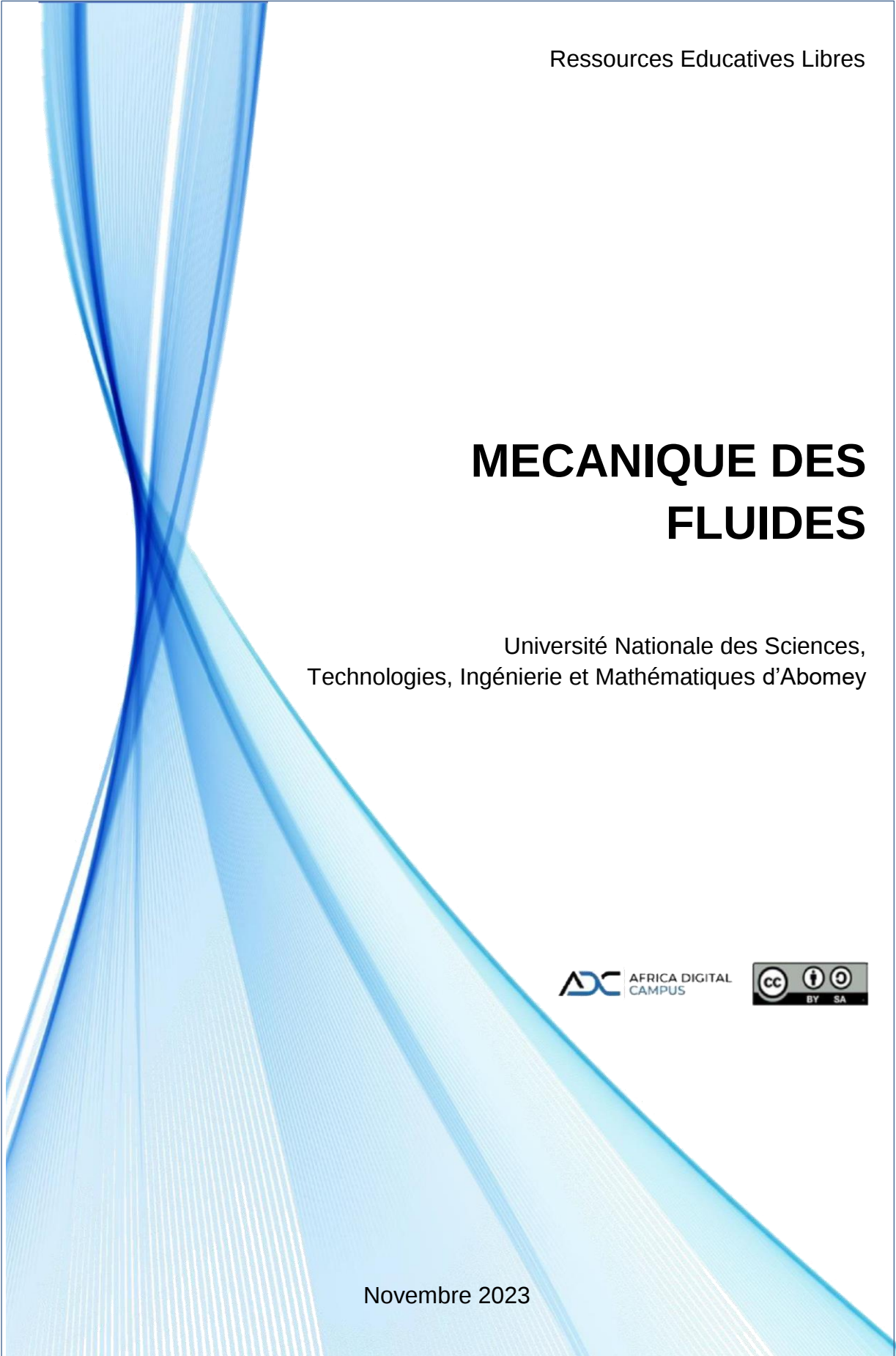




Ressources Educatives Libres

MECANIQUE DES FLUIDES

Université Nationale des Sciences,
Technologies, Ingénierie et Mathématiques d'Abomey



Novembre 2023

Table des matières

1	NOTION DE MECANIQUE DES FLUIDES	3
1.1	Définitions	3
1.1.1	Fluide parfait	4
1.1.2	Fluide réel	4
1.1.3	Fluide incompressible	4
1.1.4	Fluide compressible	5
1.2	Caractéristiques physiques	5
2	STATIQUE DES FLUIDES	7
2.1	Introduction	7
2.2	Pression en un point d'un fluide	7
2.3	Equation fondamentale de statistique des fluides.	8
2.4	Hydrostatique.	9
2.5	Théorème de Pascal	10
2.5.1	Démonstration	10
2.6	Notion de Pression relative et absolue : de quoi parle-t-on ?	11
2.6.1	La pression relative (Prel) ou effective	11
2.6.2	La pression absolue (Pabs)	11
2.7	Poussée d'un fluide sur une paroi verticale	11
2.7.1	hypothèses	11
2.7.2	Éléments de réduction du torseur des forces de pression	11
2.7.3	Centre de poussée	13
2.8	Théorème d'Archimède	13
2.8.1	Enoncé	13
2.8.2	Démonstration	13
3	DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS INCOMPRESSIBLES	15
3.1	Introduction	15
3.2	Equation de Bernouilli	15
3.2.1	Cas d'un écoulement sans échange de travail	15
3.2.2	Cas d'un écoulement avec échange de travail	16
3.3	Application de l'équation de Bernouilli	17
4	DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES REELS	18
4.1	Introduction	18
4.2	Régimes d'écoulement-Nombre de Reynolds	18
4.3	Pertes de charges	19
4.3.1	Définitions	19
4.3.2	Pertes de charge singulières	22
4.3.3	Pertes de charges linéaires :	23
4.4	Théorème de Bernoulli appliqué à un fluide réel	24

5	ÉCOULEMENT EN CANAUX OUVERTS	25
5.1	Introduction	25
5.1.1	Généralité	25
5.1.2	Un peu de vocabulaire et des notations	25
5.2	Hypothèses de l'écoulement uniforme	26
5.3	Formule de Chézy	27
5.4	Formule de Chézy et Coefficient de Bazin	28
5.4.1	Coefficient de bazin	29
5.5	Formule de Manning	30
5.6	Notion de déservoir	30

Chapitre 1

NOTION DE MECANIQUE DES FLUIDES

La mécanique des fluides est la science des lois de l'écoulement des fluides. Elle est la base du dimensionnement des conduites de fluides et des mécanismes de transfert des fluides. C'est une branche de la physique qui étudie les écoulements de fluides c'est-à-dire des liquides et des gaz lorsque ceux-ci subissent des forces ou des contraintes. Elle comprend deux grandes sous branches :

- la statique des fluides, ou hydrostatique qui étudie les fluides au repos. C'est historiquement le début de la mécanique des fluides, avec la poussée d'Archimède et l'étude de la pression.
- la dynamique des fluides qui étudie les fluides en mouvement.

On distingue également d'autres branches liées à la mécanique des fluides : l'hydraulique, l'hydrodynamique, l'aérodynamique . . .

Une nouvelle approche a vu le jour depuis quelques décennies : la mécanique des fluides numérique (CFD ou, Computational Fluid Dynamics en anglais), qui simule l'écoulement des fluides en résolvant les équations qui les régissent à l'aide d'ordinateurs très puissants : les supercalculateurs. La mécanique des fluides a de nombreuses applications dans divers domaines comme l'ingénierie navale, l'aéronautique, mais aussi la météorologie, la climatologie ou encore l'océanographie.

1.1 Définitions

Un fluide peut être considéré comme étant une substance formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres de se déplacer les unes par rapport aux autres. C'est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler. Les forces de cohésion entre particules élémentaires sont très faibles de sorte que le fluide est un corps sans forme propre qui prend la forme du récipient qui le contient, par exemple : les métaux en fusion sont des fluides qui permettent par moulage d'obtenir des pièces brutes de formes complexes. On insiste sur le fait qu'un fluide est supposé être un milieu continu : même si l'on choisit un très petit élément de volume, il sera toujours beaucoup plus grand que la dimension des molécules qui le constitue. Par exemple, une gouttelette de brouillard, aussi petite soit-elle à notre échelle, est toujours immense à l'échelle moléculaire. Elle sera toujours considérée comme un milieu continu. Parmi les fluides, on fait souvent la distinction entre liquides et gaz. Les fluides peuvent aussi se classer en deux familles relativement par leur viscosité. La viscosité est une de leur caractéristique physico-chimique qui sera définie dans la suite du cours et qui définit le frottement interne des fluides. Les fluides peuvent être classés en deux grandes familles : La famille

des fluides newtoniens (comme l'eau, l'air et la plupart des gaz) et celle des fluides non newtoniens (quasiment tout le reste : le sang, les gels, les boues, les pâtes, les suspensions, les émulsions ...). Les fluides newtoniens ont une viscosité constante ou qui ne peut varier qu'en fonction de la température. La deuxième famille est constituée par les fluides non newtoniens qui ont la particularité d'avoir leur viscosité qui varie en fonction de la vitesse et des contraintes qu'ils subissent lorsque ceux-ci s'écoulent. Ce cours est limité uniquement aux fluides newtoniens qui seront classés comme suit.

1.1.1 Fluide parfait

Soit un système fluide, c'est-à-dire un volume délimité par une surface fermée Σ fictive ou non.

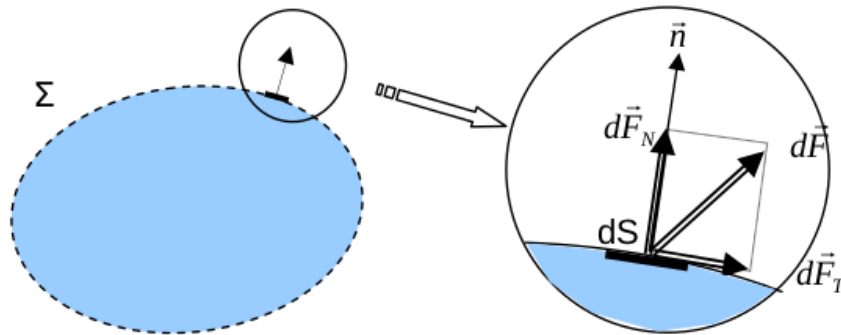


FIGURE 1.1 – Élément de fluide [1]

Considérons $d\vec{F}$ la force d'interaction au niveau de la surface élémentaire dS de normale $\vec{n}$ entre le fluide et le milieu extérieur.

On peut toujours décomposer $d\vec{F}$ en deux composantes :

- une composante $d\vec{F}_T$ tangentielle à dS .
- une composante $d\vec{F}_N$ normale à dS

En mécanique des fluides, un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement. C'est à dire quand la composante $d\vec{F}_T$ est nulle. Autrement dit, la force $d\vec{F}$ est normale à l'élément de surface dS .

1.1.2 Fluide réel

Contrairement à un fluide parfait, qui n'est qu'un modèle pour simplifier les calculs, pratiquement inexistant dans la nature, dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération. Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide. C'est uniquement au repos, qu'on admettra que le fluide réel se comporte comme un fluide parfait, et on suppose que les forces de contact sont perpendiculaires aux éléments de surface sur lesquels elles s'exercent. **La statique des fluides réels se confond avec la statique des fluides parfaits.**

1.1.3 Fluide incompressible

Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure. Les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

1.1.4 Fluide compressible

Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Par exemple, l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux, sont considérés comme des fluides compressibles.

1.2 Caractéristiques physiques

- Masse volumique : $\rho = \frac{m}{V}$;
- Poids volumique : $\bar{\omega} = \frac{mg}{V} = \rho g$;
- Densité : $d = \frac{\text{Masse volume du fluide}}{\text{Masse volume d'un fluide de référence}} = \frac{\rho}{\rho_{ref}}$
Avec :
 - ρ : en kg/m^3 ,
 - m : masse en kg ,
 - V : Volume en m^3 ,
 - $\bar{\omega}$ en (N/m^3) ,
 - g en (N/Kg) ou (m/s^2) .

Dans le cas des liquides on prendra l'eau comme fluide de référence. Dans le cas des gaz on prendra l'air comme fluide de référence.

- Viscosité

C'est une grandeur qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement. Elle peut être mesurée par un viscosimètre à chute de bille, dans lequel on mesure le temps écoulé pour la chute d'une bille dans le fluide. Elle peut également être mesurée par un récipient dont le fond comporte un orifice de taille standardisé. La vitesse à laquelle le fluide s'écoule par cet orifice permet de déterminer la viscosité du fluide. La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche en mouvement sur les autres couches adjacentes. Par exemple, si on considère un fluide visqueux placé entre deux plaques P_1 et P_2 , tel que la plaque P_1 est fixe et la plaque P_2 est animée d'une vitesse V_2 voir fig.(1.2).

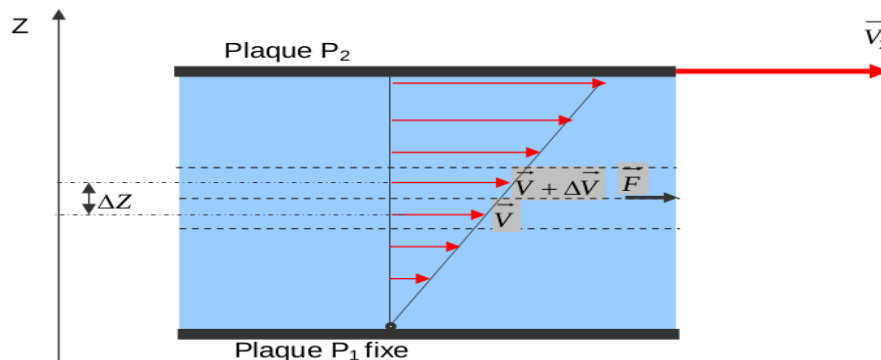


FIGURE 1.2 – Ecoulement de Poiseuille [1]

Si on représente par un vecteur, la vitesse de chaque particule située dans une section droite perpendiculaire à l'écoulement, la courbe lieu des extrémités de ces vecteurs représente le profil de vitesse. Le mouvement du fluide peut être considéré comme résultant du glissement des couches de fluide les unes sur les autres. La vitesse de

chaque couche est une fonction de la distance Z . On distingue la viscosité dynamique et la viscosité cinématique.

– **Viscosité dynamique**

La viscosité dynamique exprime la proportionnalité entre la force qu'il faut exercer sur une plaque lorsqu'elle est plongée dans un courant et la variation de vitesse des veines de fluide entre les 2 faces de la plaque. ... Elle est exprimée par un coefficient représentant la contrainte de cisaillement nécessaire pour produire un gradient de vitesse d'écoulement d'une unité dans la matière. Considérons deux couches de fluide adjacentes distantes de Δz . La force de frottement $\vec{F}$ qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit Δv , à leur surface S et inversement proportionnelle à Δz : Le facteur de proportionnalité μ est le coefficient de viscosité dynamique du fluide.

$$F = \mu S \frac{\Delta V}{\Delta z} \quad (1.1)$$

Où

F : force de glissement entre les couches en (N) ,

S : surface de contact entre deux couches en (m^2) ,

ΔV : Écart de vitesse entre deux couches en (m/s) ,

ΔZ : Distance entre deux couches en (m)

Dans le système international (SI), l'unité de la viscosité dynamique est le Pascal seconde ($Pa.s$) ou Poiseuille (Pl) : $1Pa.s = 1Pl = 1kg/m.s$

– **Viscosité cinématique** : $\nu = \frac{\mu}{\rho}$,

L'unité de la viscosité cinématique est le (m^2/s) .

On utilise souvent le Stokes (St) comme unité de mesure de la viscosité cinématique : $1st = 10^{-4}m^2/s$.

Remarque (différence entre viscosité dynamique et viscosité cinématique)

La viscosité cinématique caractérise le temps d'écoulement d'un liquide. Par contre, la viscosité dynamique correspond à la réalité physique du comportement d'un fluide soumis à une sollicitation (effort). En d'autre terme, cette dernière exprime la rigidité d'un fluide à une vitesse de déformation en cisaillement (voir la relation (1.1)).

Chapitre 2

STATIQUE DES FLUIDES

2.1 Introduction

Lors d'une plongée sous marine, on constate que la pression de l'eau augmente avec la profondeur. La pression d'eau exercée sur un sous-marin au fond de l'océan est considérable. De même, la pression de l'eau au fond d'un barrage est nettement plus grande qu'au voisinage de la surface. Les effets de la pression doivent être pris en considération lors du dimensionnement des structures tels que les barrages, les sous marins, les réservoirs...etc. Les ingénieurs doivent calculer les forces exercées par les fluides avant de concevoir de telles structures. Ce chapitre est consacré à l'étude des fluides au repos. Les lois et théorèmes fondamentaux en statique des fluides y sont énoncés. La notion de pression, le théorème de Pascal, le principe d'Archimède et la relation fondamentale de l'hydrostatique y sont expliqués. Le calcul des presses hydrauliques, la détermination de la distribution de la pression dans un réservoir ..., sont basés sur les lois et théorèmes fondamentaux de la statique des fluides. La statique des fluides est cette partie de la mécanique des fluides qui traite de l'équilibre des fluides.

2.2 Pression en un point d'un fluide

Un fluide est par définition, un milieu matériel continu déformable, sa déformation peut s'accompagner de résistance ou non. Dans l'étude de la mécanique des fluides, on tiendra compte des forces telles que les forces de volume et celles de surface. On peut donc définir la force qui s'exerce en un point d'un fluide. Soit dS un élément de surface autour d'un point M sur lequel s'exerce une force dF voir fig.(2.1), on appelle pression au point M , la grandeur scalaire

$$P = \frac{dF}{dS}. \quad (2.1)$$

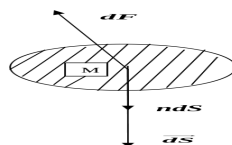


FIGURE 2.1 – Élément de surface

2.3 Equation fondamentale de statistique des fluides.

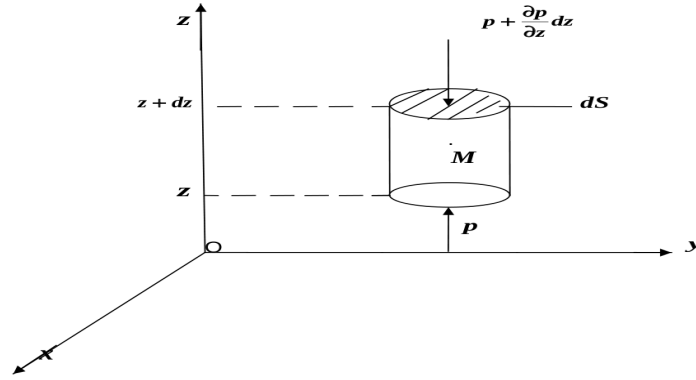


FIGURE 2.2 – Element de volume

On considère un élément de volume cylindrique voir fig.(2.2) dont l'axe est verticale (direction Oz). L'élément étant en équilibre ; on a :

$$\sum \vec{F} = \vec{0}. \quad (2.2)$$

Ici seule la force de volume (le poids) sera considérée. La projection orthogonale de $\sum \vec{F} = \vec{0}$ sur la verticale Oz donne :

$$pdS - \left(p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) dS + \rho f_z dS dz = 0 \quad (2.3)$$

Où f_z est la force de volume (sa projection) suivant Oz et par unité de masse au point M . De même ; on aura deux autres relations analogues suivant les directions Ox et Oy

$$pdS - \left(p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) dS + \rho f_x dS dx = 0, \quad (2.4)$$

$$pdS - \left(p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) dS + \rho f_y dS dy = 0. \quad (2.5)$$

La somme des trois relations donne

$$\rho \vec{f} - \overrightarrow{\text{grad} p} = \vec{0}. \quad (2.6)$$

Si $\vec{f}$ dérive d'un potentiel U ; alors

$$\vec{f} = -\overrightarrow{\text{grad} U} \quad (2.7)$$

ce qui implique

$$\rho \overrightarrow{\text{grad} U} + \overrightarrow{\text{grad} p} = \vec{0}. \quad (2.8)$$

Les surfaces équipotentiellles $U = cste$ se confondent avec les surfaces isobares $p = cste$.

2.4 Hydrostatique.

C'est la statique dans le champ de pesanteur.

Ici $\rho = cste$; $U = gz + cste \implies$

$$\overrightarrow{\rho grad}(gz) + \overrightarrow{grad}p = \overrightarrow{0}, \quad (2.9)$$

$$\overrightarrow{grad}(\rho gz + p) = \overrightarrow{0}, \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial}{\partial z}(\rho gz + p) = 0. \quad (2.11)$$

Où z est l'altitude du point M.

Alors $\rho gz + p = K$ est l'équation fondamentale de l'hydrostatique.

Si $z = cste$, alors $p = cste$, les surfaces d'égale pression dans un fluide homogène sont des plans horizontaux (isobares). Si nous avons deux fluides différents de densités différentes, non miscibles, la surface de séparation entre ces deux liquides est un plan horizontal. C'est pour cela que la surface libre d'un liquide est plane et horizontale.

Remarque : Dans des tubes étroits, la surface libre des liquides n'est pas plane, cela est dû à la présence des forces de capillarité.

Principe fondamental de l'hydrostatique

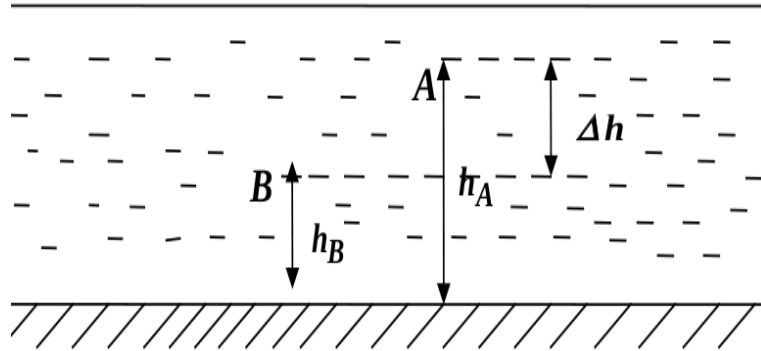


FIGURE 2.3 –

La différence de pressions $p_A - p_B$ entre deux points quelconques A et B pris à l'intérieur d'un fluide voir fig.(2.3) ne dépend que de la distance verticale entre les deux points. Elle est égale au poids d'une colonne de fluide ayant comme base l'unité de surface et comme hauteur, la différence de niveaux entre les deux points.

$$p_B - p_A = \bar{\omega} \bullet \Delta h, \quad (2.12)$$

$$p_B + \rho gz_B = P_A + \rho gz_A = K = cste \quad (2.13)$$

$$p_B - P_A = \rho g(z_A - z_B) = \bar{\omega} \bullet \Delta h \quad (2.14)$$

Principe de Pascal

Dans un fluide incompressible en équilibre, les variations de pression se transmettent intégralement ; c'est le principe dit de Pascal.

Notons que :

$$1P_a = 1N/m^2 ; 1barye = 1dyne/cm^2(CGS) ; 1P_a = 10baryes$$

On pourrait prendre la pression atmosphérique P_a comme origine des pressions, alors on définit $P_e = P - P_a$ qui est la pression effective.

Remarque : $P_e < 0$ dans le cas du vide.

Montrons que la surface de séparation de deux liquides non miscibles est plane voir figure (2.4).

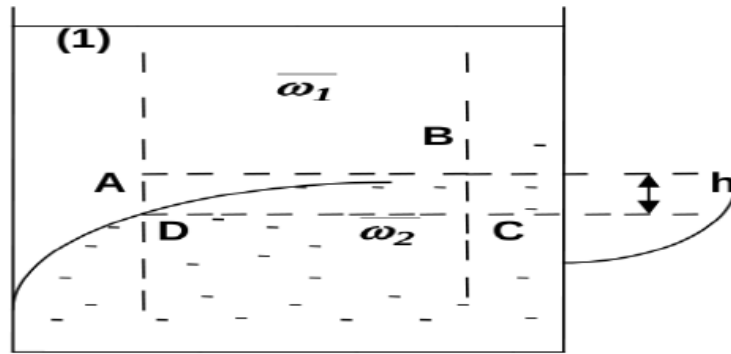


FIGURE 2.4 – Mélange de deux liquides non miscibles

$$P_D - P_A = \bar{\omega}_1 h \quad (2.15)$$

$$P_C - P_B = \bar{\omega}_2 h. \quad (2.16)$$

On a $P_A = P_B$ (A et $B \in$ au même fluide et ont même hauteur). De même pour P_D et P_C . Alors

$$P_D - P_A = P_C - P_B \Rightarrow \bar{\omega}_1 h = \bar{\omega}_2 h. \quad (2.17)$$

$$\bar{\omega}_1 h = \bar{\omega}_2 h = 0, \quad \bar{\omega}_1 \neq \bar{\omega}_2 \Rightarrow h = 0; \quad (2.18)$$

A, B, C et $D \in$ au même plan alors la surface de séparation est plane.

2.5 Théorème de Pascal

Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point.

2.5.1 Démonstration

Supposons qu'au point G_1 intervienne une variation de pression telle que celle-ci devienne $P_1 + \Delta P_1$; ΔP_1 étant un nombre algébrique. Calculons la variation de pression ΔP_2 qui en résulte en G_2 . Appliquons la relation fondamentale de l'hydrostatique entre G_1 et G_2 pour le fluide.

– à l'état initial :

$$P_1 - P_2 = \bar{\omega}(Z_2 - Z_1) \quad (2.19)$$

– à l'état final :

$$(P_1 + \Delta P_1) - (P_2 + \Delta P_2) = \bar{\omega}(Z_2 - Z_1). \quad (2.20)$$

En faisant la différence entre (2.19) et (2.20) on obtient

$$\Delta P_1 = \Delta P_2, \quad (2.21)$$

$$\boxed{\Delta P_1 = \Delta P_2}. \quad (2.22)$$

2.6 Notion de Pression relative et absolue : de quoi parle-t-on ?

2.6.1 La pression relative (Prel) ou effective

C'est la différence de pression par rapport à la pression atmosphérique. Elle ne tient pas compte de la pression atmosphérique. Elle peut être positive ou négative : $P_{rel} = P_{eff} = P_{abs} - P_{atm}$. Elle est mesurée par un manomètre (pour les valeurs supérieures à la pression atmosphérique) et par un vacuomètre ou un déprimomètre (pour les valeurs inférieures à la pression atmosphérique).

2.6.2 La pression absolue (Pabs)

Elle se mesure à partir du vide, de la pression zéro. C'est le vide parfait, sans pression atmosphérique. En d'autres termes, la pression absolue prend comme point de départ (zéro) la pression nulle du vide. Elle tient compte de la pression atmosphérique. Elle est toujours positive, jamais négative.

Pression absolue = pression relative + pression atmosphérique. On se sert des instruments de mesure suivants : le manomètre (pour connaître la pression relative) et le baromètre pour définir la pression atmosphérique.

2.7 Poussée d'un fluide sur une paroi verticale

2.7.1 hypothèses

La paroi verticale possède un axe de symétrie $(G, \vec{Y})$. G est son centre de surface. D'un côté de la paroi il y a un fluide de poids volumique $\bar{\omega}$, de l'autre côté, il y a de l'air à la pression atmosphérique P_{atm} voir fig.(2.5). On désigne par P_G la pression au centre de surface G du côté fluide.

2.7.2 Éléments de réduction du torseur des forces de pression

Connaissant la pression P_G au point G , la pression P_M au point M est déterminée en appliquant la relation fondamentale de l'hydrostatique : $P_M - P_G = \bar{\omega}(Y_G - Y_M)$

Dans le repère $(G, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ défini sur la figure : $y_G = 0$ et $y_M = y$, donc $P_M = P_G - \bar{\omega}y$

Exprimons la force de pression en M : $d\vec{F} = (P_G - \bar{\omega}y).dS.\vec{X}$

Soit $(\vec{\tau}_{poussée})$ le torseur associé aux forces de pression relative :

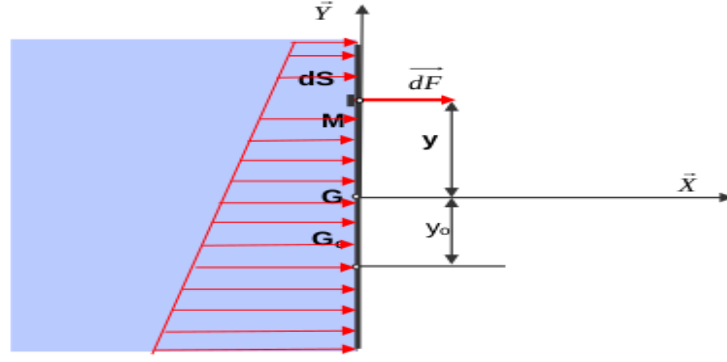


FIGURE 2.5 – Poussée d'un fluide sur une paroi verticale[1]

$$\vec{\tau}_{poussée} = \left(\vec{R} = \int_s d\vec{F}, \quad \vec{M}_G = \int_s \vec{GM} \wedge d\vec{F} \right)_G \quad (2.23)$$

Résultante

$$\vec{R} = \int_{(s)} (P_G - \bar{\omega}y) ds \cdot \vec{X} \quad (2.24)$$

que l'on peut écrire en mettant en facteur les termes constants :

$$\vec{R} = \left[P_G \int_{(s)} ds - \int_{(s)} \bar{\omega}y ds \right] \cdot \vec{X} \quad (2.25)$$

On note que $\int_s dS = S$ (aire de la paroi),

$\int y dS = y_G \cdot S = 0$: Moment statique de la surface S par rapport à l'axe $(G, \vec{Z})$, donc

$$\boxed{\vec{R} = P_G S \vec{X}} \quad (2.26)$$

Moment

$$\vec{M}_G = \int_s \vec{GM} \wedge d\vec{F} \quad (2.27)$$

Dans le repère $(G, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ on peut écrire :

$$\vec{GM} = y\vec{Y} \text{ et } d\vec{F} = (P_G - \bar{\omega}y) \cdot dS \cdot \vec{X}$$

Donc

$$\vec{M}_G = \int_s \left[y\vec{Y} \wedge (P_G - \bar{\omega}y) \right] dS \vec{X} \quad (2.28)$$

Sachant que $\vec{Y} \wedge \vec{X} = -\vec{Z}$ donc $\vec{M}_G = [P_G \int_s y ds - \bar{\omega} \int_s y^2 dS] (-\vec{Z})$

On sait que $\int y \cdot dS = y_G S = 0$ et $\int_s y^2 dS = I_{G,Z}$ Moment quadratique de la surface (S) par rapport à l'axe $(G, \vec{Z})$ passant par le centre de surface G

$$\boxed{\vec{M}_G = \bar{\omega} I_{G,Z} (-\vec{Z})} \quad (2.29)$$

En résumé

$$\vec{\tau}_{poussée} = \left(P_G \cdot S \cdot \vec{X}, \quad \bar{\omega} \cdot I_{(G,Z)} \cdot (-\vec{Z}) \right)_G \quad (2.30)$$

2.7.3 Centre de poussée

On cherche à déterminer un point G_0 où le moment résultant des forces de pression est nul. Compte tenu de l'hypothèse de symétrie, si ce point existe il appartient à l'axe $(G, \vec{Y})$ et il est tel que :

$$\vec{M}_{G_0} = \vec{M}_G + \vec{G_0G} \wedge \vec{R} = \vec{0}. \quad (2.31)$$

Ecrivons alors que : $\vec{G_0G} \wedge \vec{R} = \vec{M}_G$.

Avec les résultats précédents, on obtient :

$$y_0 \cdot \vec{Y} \wedge P_G \cdot S \cdot \vec{X} = \bar{\omega} \cdot I(G, Z) \cdot \vec{Z}, \quad (2.32)$$

ce qui conduit à :

$$y_0 = -\frac{\bar{\omega} \cdot I(G, Z)}{P_G \cdot S}. \quad (2.33)$$

G_0 existe, il s'appelle le centre de poussée de la paroi.

Remarque : Le centre de poussée est toujours au-dessous du centre de surface G .

Autre méthode de calcul des forces de pression en pratique voir ([7] p54)

2.8 Théorème d'Archimède

2.8.1 Enoncé

Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale, vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé (ce volume est donc égal au volume immergé du corps) voir fig.(2.6). $P_{Arch} = \rho_{fluide} \cdot V_{imm} \cdot g$

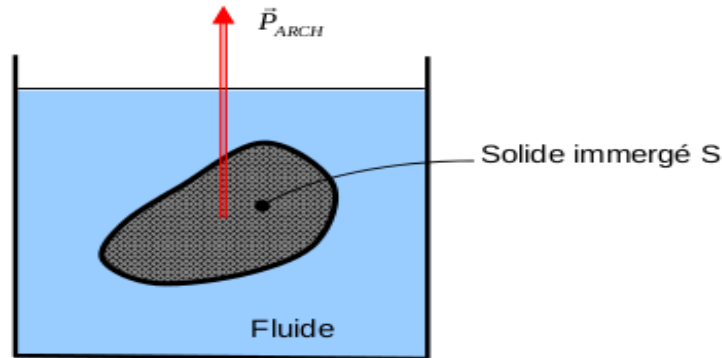


FIGURE 2.6 – Poussée d'Archimède [1]

2.8.2 Démonstration

Dans un fluide (E) de poids volumique $\bar{\omega}$, imaginons un certain volume de fluide ($E1$) délimité par un contour fermé (S) :

Si le fluide est au repos, il est évident que ($E1$) est en équilibre sous l'effet des actions mécaniques extérieures suivantes :

- Action de la pesanteur, modélisable par le torseur : $(\tau(pes \rightarrow E1))$

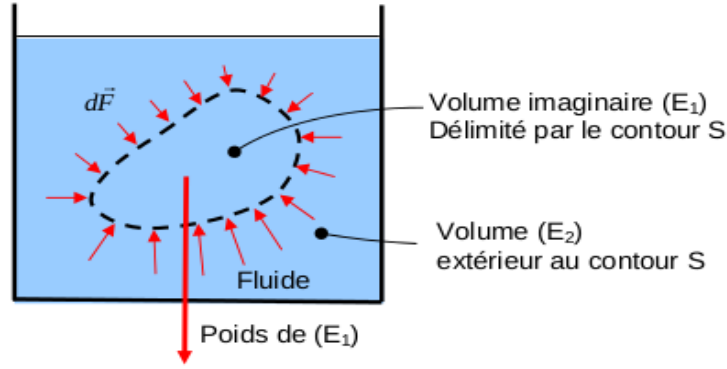


FIGURE 2.7 – Poussée d'Archimède, volume imaginaire [1]

- Action des forces de pression dF du fluide (E_2) qui entoure (E_1) modélisable par $(\tau(E_2 \rightarrow E_1))$

On peut donc écrire l'équation d'équilibre de

$$(E_1) : (\tau(pes \rightarrow E_1)) + (\tau(E_2 \rightarrow E_1)) = (\vec{0}). \quad (2.34)$$

Nous savons qu'en G , centre de gravité du fluide (E_1) le torseur des forces de pesanteur se réduit à un glisseur $(\tau(pes \rightarrow E_1)) = (\vec{P}, \vec{0})_G$

Il est donc évident qu'au même point G le torseur des forces de pression $\vec{dF}$ se réduira lui aussi à un glisseur :

$$(\tau(E_2 \rightarrow E_1)) = \left(\int_{(s)} d\vec{F}, \vec{0} \right)_G \quad (2.35)$$

L'équation d'équilibre de la portion de fluide (E_1) s'écrit :

$$\int_{(s)} d\vec{F} + \vec{P} = \vec{0}, \quad (2.36)$$

(E_1) est ici une portion de fluide et P est le poids du fluide occupant le volume (E_1). Si le volume (E_1) est occupé par un solide immergé ayant le même contour S , les forces de poussée sur ce contours (S) sont les mêmes, ce qui revient à dire que la force de poussée ne dépend que du volume du fluide déplacé et non pas de la nature du solide immergé (plomb, acier, etc).

$$\boxed{(\tau(pes \rightarrow E_1)) = (-\vec{P}, \vec{0})_G} \quad (2.37)$$

Chapitre 3

DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS INCOMPRESSIBLES

3.1 Introduction

On considère un élément de volume de fluide, faisons le bilan des forces agissant sur cet élément. On peut distinguer 3 types de forces.

- Les forces de volume qui sont proportionnelles au volume (poids, poussée d'Archimède).
- Les forces de pression proportionnelles aux éléments de surface.
- Les forces d'inertie proportionnelles à l'accélération.

Ce bilan nous permet d'établir l'équation fondamentale de la dynamique

$$\sum_i \vec{f}_i = m\vec{a}. \quad (3.1)$$

En statique l'accélération $\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \sum_i \vec{f}_i = \vec{0}$.

3.2 Equation de Bernouilli

3.2.1 Cas d'un écoulement sans échange de travail

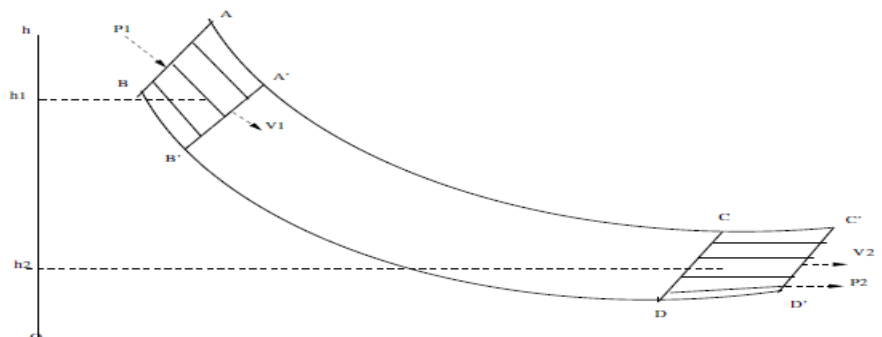


FIGURE 3.1 – Portion d'écoulement [1]

s_1 est l'aire de la face AB et s_2 est l'aire de la face CD.

Pendant un temps dt infiniment petit la masse de fluide contenue dans $ABCD$ passe dans la position $A'B'C'D'$. L'énergie mécanique contenue dans la position $A'B'C'D'$ n'a pas changé. Tout s'est passé comme si la position $ABB'A'$ est passée dans la position $CDD'C'$. La conservation de la masse nous permet d'écrire

$$dm = \rho s_1 v_1 dt = \rho s_2 v_2 dt \quad (\text{Masse déplacée}), \quad (3.2)$$

D'où :

$$\boxed{s_1 v_1 = s_2 v_2} \quad \text{Equation de continuité.} \quad (3.3)$$

Calcul du travail des forces de pression

$$W(\text{pres}) = P_1 s_1 v_1 dt \quad \text{en AB}, \quad (3.4)$$

$$W(\text{pres}) = -P_2 s_2 v_2 dt \quad \text{en CD.} \quad (3.5)$$

Travail du poids est

$$W(\text{poids}) = (dm)g(h_1 - h_2). \quad (3.6)$$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique.

$$\frac{1}{2}(dm)(v_2^2 - v_1^2) = P_1 s_1 v_1 dt - P_2 s_2 v_2 dt + (dm)g(h_1 - h_2), \quad (3.7)$$

Or $dm = \rho s_1 v_1 dt$ ce qui entraîne :

$$\frac{1}{2}\rho s_1 v_1 dt (v_2^2 - v_1^2) = P_1 s_1 v_1 dt - P_2 s_2 v_2 dt + s_1 v_1 \rho g (h_1 - h_2) dt \quad (3.8)$$

$(dm = \rho s_1 v_1 dt = \rho s_2 v_2 dt \Rightarrow s_1 v_1 = s_2 v_2)$
ce qui entraîne

$$\frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2) = P_1 - P_2 + g\rho (h_1 - h_2) \Rightarrow \quad (3.9)$$

$$\frac{1}{2}\rho v_2^2 + g\rho h_2 + P_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + g\rho h_1 + P_1 = \text{cste} \Rightarrow \quad (3.10)$$

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho v^2 + g\rho h + P = \text{cste}}. \quad (3.11)$$

Le terme $\frac{1}{2}\rho v^2$ représente l'énergie cinétique de l'unité de volume pour un fluide incompressible.

$p^* = p + \rho gh$ est l'énergie potentielle de l'unité de volume du fluide dans le champ de pesanteur dans la constante h et sous la pression p . L'équation de Bernoulli est la traduction de la conservation de l'énergie mécanique totale au cours du mouvement.

3.2.2 Cas d'un écoulement avec échange de travail

On suppose en plus qu'une machine hydraulique est placée entre les sections s_1 et s_2 . Cette machine est caractérisée par une puissance nette P_{net} échangée avec le fluide, une puissance sur l'arbre P_a et un certain rendement η . Cette machine peut être soit une turbine soit une pompe. Les grandeurs η , P_{net} et P_a sont liées par les relations suivantes

$$\boxed{\eta = \frac{P_{net}}{P_a}} \quad \text{pour une pompe} \quad (3.12)$$

$$\boxed{\eta = \frac{P_a}{P_{net}}} \text{ pour une turbine} \quad (3.13)$$

Dans application du théorème de l'énergie cinétique on tient compte du travail de la machine hydraulique ; $W(machine) = P_{net}dt$. Alors, on obtient :

$$\boxed{\frac{1}{2}\rho v_2^2 + g\rho h_2 + P_2 = \frac{1}{2}\rho v_1^2 + g\rho h_1 + P_1 + \frac{P_{net}}{D_v} = cste} \quad (3.14)$$

3.3 Application de l'équation de Bernouilli

Exercices 10 et 11 page 72 [1] tube de pitot (mesure de la vitesse) et tube de venturi (mesure de débit).

Chapitre 4

DYNAMIQUE DES FLUIDES INCOMPRESSIBLES REELS

4.1 Introduction

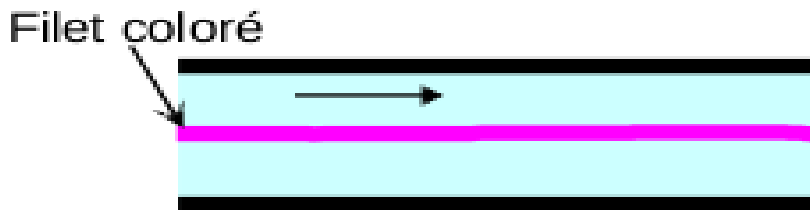
Dans le chapitre précédent nous avons supposé que le fluide était parfait pour appliquer l'équation de conservation de l'énergie. L'écoulement d'un fluide réel est plus complexe que celui d'un fluide idéal. En effet, il existe des forces de frottement, dues à la viscosité du fluide, qui s'exercent entre les particules de fluide et les parois, ainsi qu'entre les particules elles-mêmes. Pour résoudre un problème d'écoulement d'un fluide réel, on fait appel à des résultats expérimentaux, en particulier ceux de l'ingénieur et physicien britannique Osborne Reynolds. Une méthode simplifiée de calcul des pertes de charge basée sur ces résultats expérimentaux est proposée. Elle est indispensable pour le dimensionnement des diverses installations hydrauliques (de pompage, de turbines, de machines hydrauliques et thermiques dans lesquelles est véhiculé un fluide réel ...)

4.2 Régimes d'écoulement-Nombre de Reynolds

Les expériences réalisées par Reynolds en 1883 lors de l'écoulement d'un liquide dans une conduite cylindrique rectiligne dans laquelle arrive également un filet de liquide coloré, ont montré l'existence de deux régimes d'écoulement : régime laminaire et régime turbulent :

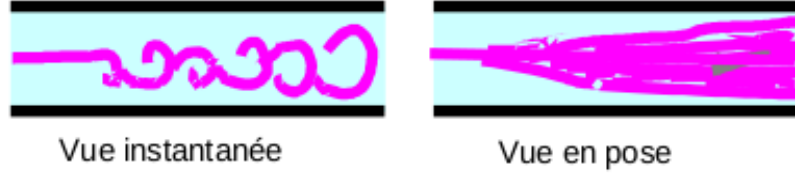
Régime laminaire

Les filets fluides sont des lignes régulières, sensiblement parallèles entre elles.



Régime turbulent

Les filets fluides s'enchevêtrent, s'enroulent sur eux-mêmes.



Des études plus fines ont montré qu'il existe encore une subdivision entre : les écoulements turbulents lisses et les écoulements turbulents rugueux. La limite entre ces différents types d'écoulements est évidemment difficile à appréhender.

En utilisant divers fluides à viscosités différentes, en faisant varier le débit et le diamètre de la canalisation, Reynolds a montré que le paramètre qui permettait de déterminer si l'écoulement est laminaire ou turbulent est un nombre sans dimension appelé nombre de Reynolds donné par l'expression suivante : $Re = \frac{Vd}{\nu}$

V : Vitesse moyenne d'écoulement à travers la section considérée en (m/s)

d : Diamètre de la conduite ou largeur de la veine fluide en (m) .

ν : Viscosité cinématique du fluide (m^2/s) .

Résultats empirique à titre indicatif :

- Si $Re \leq 2000$ l'écoulement est laminaire
- Si $Re > 2000$ l'écoulement est turbulent :
 - Lisse si $2000 < Re < 100000$
 - Rugueux si $Re > 100000$.

4.3 Pertes de charges

4.3.1 Définitions

Considérons un écoulement entre deux points (1) et (2) d'un fluide réel dans une conduite, tel que entre les points (1) et (2) il n'y ait pas de machine hydraulique. Considérons le schéma (4.1) avec les hypothèses suivantes :

- Le fluide est réel et incompressible : cela suppose l'existence de forces élémentaire de frottement visqueux $d\tau$ qui contribue dans l'équation de bilan par un travail négatif et donner naissance à des pertes de charges.
- L'écoulement est permanent.

On considère un axe Z vertical dirigé vers le haut. On désigne par Z_1 , Z_2 et Z respectivement les altitudes des centres de gravité des masses dm_1 , dm_2 et M .

On désigne par F_1 et F_2 respectivement les normes des forces de pression du fluide agissant au niveau des sections S_1 et S_2 . A l'instant t le fluide de masse $(dm_1 + M)$ est compris entre S_1 et S_2 . Son énergie mécanique est

$$E_{mec} = E_{pot} + E_c = (dm_1gz_1 + Mgz) + \frac{1}{2}dm_1v_1^2 + \int_{s_1}^{s_2} \frac{dmv^2}{2}. \quad (4.1)$$

A l'instant $t' = (t + dt)$ le fluide de masse $(M + dm_2)$ est compris entre S'_1 et S'_2 . Son énergie mécanique est

$$E'_{mec} = E'_{pot} + E'_c = (dm_2gz_2 + Mgz) + \frac{1}{2}dm_2v_2^2 + \int_{s_1}^{s_2} \frac{dmv^2}{2}. \quad (4.2)$$

On applique le théorème de l'énergie mécanique au fluide entre t et t' : La variation de l'énergie mécanique est égale à la somme des travaux des forces extérieures. On prendra en considération cette fois ci le travail des forces de frottement visqueux $d\tau$.



$$E'_{mec} - E_{mec} = W_{pression} + \sum W_{d\tau} = F_1 dx_1 - F_2 dx_2 + \sum W_{d\tau}, \quad (4.3)$$

$$E'_{mec} - E_{mec} = P_1 S_1 dx_1 - P_2 S_2 dx_2 + \sum W_{d\tau} = P_1 V_1 - P_2 V_2 + \sum W_{d\tau}, \quad (4.4)$$

$$\Leftrightarrow dm_2 g z_2 + \frac{1}{2} dm_2 v_2^2 - dm_1 g z_1 - \frac{1}{2} dm_1 v_1^2 = P_1 V_1 - P_2 V_2 + \sum W_{d\tau}, \quad (4.5)$$

$$\Leftrightarrow dm_2 g z_2 + \frac{1}{2} dm_2 v_2^2 - dm_1 g z_1 - \frac{1}{2} dm_1 v_1^2 = \frac{P_1}{\rho_1} dm_1 - \frac{P_2}{\rho_2} dm_2 + \sum W_{d\tau}. \quad (4.6)$$

Par conservation de la masse : $dm_1 = dm_2 = dm$, et puisque le fluide est incompressible : $\rho_1 = \rho_2 = \rho$, on aboutie à l'équation de Bernoulli :

$$\boxed{\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) = \frac{\sum W_{d\tau}}{dm}} \quad (4.7)$$

On définit la perte de charge entre les points (1) et (2) par

$$\boxed{J_{12} = \frac{\sum W_{d\tau}}{dm}}, \quad (4.8)$$

qui est la perte d'énergie par frottement visqueux par unité de masse qui passe. Alors (4.7) prend la forme

$$\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) = J_{12}. \quad (4.9)$$

L'unité de chaque terme de la relation (4.9) est le joule par kilogramme (J/kg). En divisant par g la relation (4.9) devient homogène à des longueurs en mètre :

$$\boxed{\frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{\rho g} + z_2 = \frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{\rho g} + z_1 + \frac{J_{12}}{g}}. \quad (4.10)$$

Elle peut être interprétée graphiquement de la manière suivante :

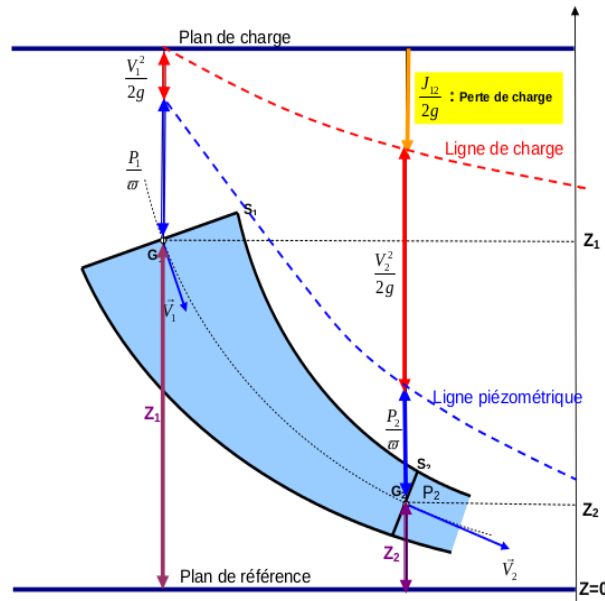


FIGURE 4.2 – colonne de fluide [1]

Portons sur la verticale, à partir du centre de gravité G_1 de la section S_1 une distance égale à $\frac{P_1}{\omega}$. Le lieu de toutes les extrémités de ces segments s'appelle **ligne piézométrique**.

Portons sur la verticale au dessus de la ligne piézométrique la quantité $\frac{v_1^2}{2g}$. Le lieu de toutes les extrémités de ces segments représente la ligne de charge. En l'absence de pertes de charge, la ligne de charge est confondue avec le plan de charge. Ce plan de charge donne une représentation graphique de la constance tirée de l'équation de Bernoulli pour un fluide parfait. **La perte de charge totale** exprimée en hauteur de liquide depuis le début de l'écoulement, est égale à la distance entre **la ligne de charge** et **le plan de charge**, mesurée sur la verticale passant par le point G_1 . La perte de charge entre deux points G_1 et G_2 de l'écoulement est donnée par la différence de cote de la ligne de charge sur les verticales passant par les points précédents.

La perte de charge J_{12} peut être due à une perte de charge linéaire et une perte de charge singulière $J_s + J_L$. Par exemple, dans le circuit représenté dans la figure ci-dessous, les tronçons BC, DE, FG, HI et JK sont des coudes de différents angles, donc elles présentent des pertes de charge singulières. Les tronçons AB, CD, EF, GH, IJ et KL sont des conduites rectilignes, donc elles présentent des pertes de charge linéaires.

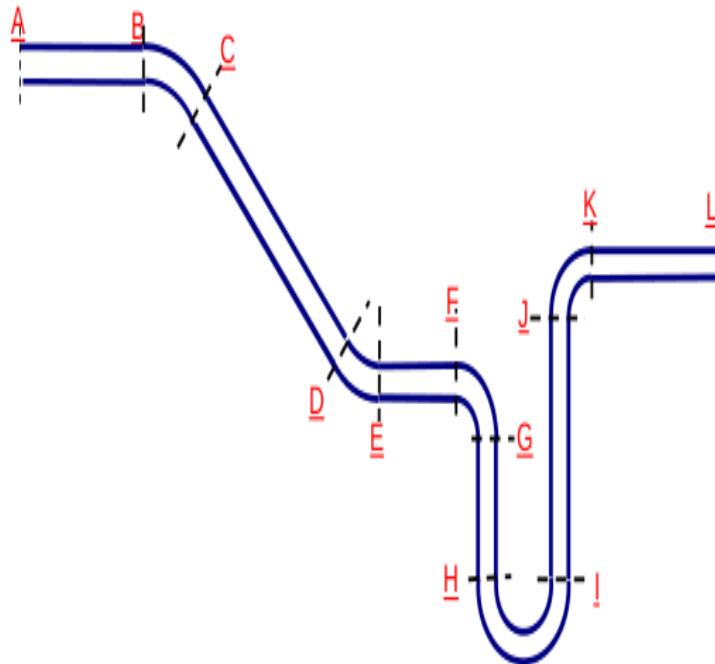


FIGURE 4.3 – colonne de fluide [1]

4.3.2 Pertes de charge singulières

Quand la conduite subit de brusque variation de section ou de direction, il se produit des pertes de charges dites singulières, elles sont généralement mesurable et font partie des caractéristiques de l'installation. On les exprime par :

$$J_s = -K_s \frac{V^2}{2} \quad (4.11)$$

où s : indice de l'accident de forme de la conduite.

K_s : Coefficient (sans unité) de pertes de charge. Il dépend de la nature et de la géométrie de l'accident de forme. Les valeurs de K_s sont données par les constructeurs dans leurs catalogues.

4.3.3 Pertes de charges linéaires :

Les pertes de charges linéaires, sont des pertes de charge réparties régulièrement le long des conduites. En chaque point d'un écoulement permanent, les caractéristiques de l'écoulement sont bien définies et ne dépendent pas du temps. La représentation graphique de l'écoulement prend l'allure ci-dessous 4.4.

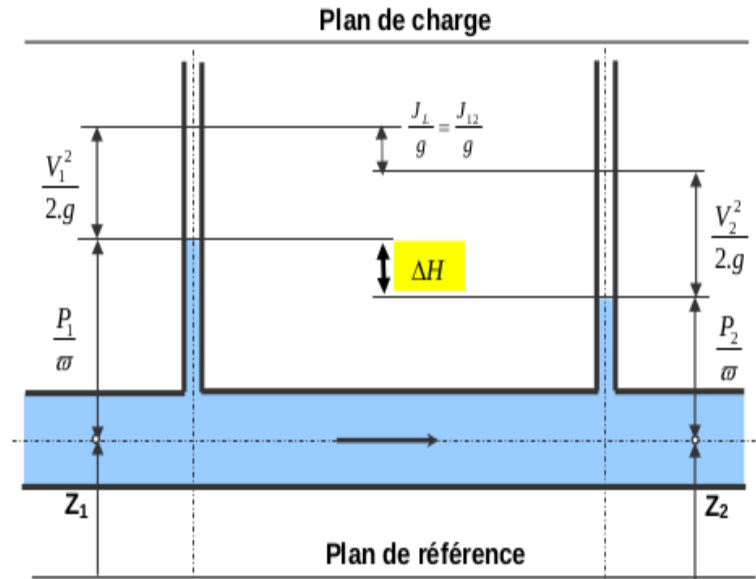


FIGURE 4.4 – colonne de fluide [1]

La vitesse étant constante, la ligne piézométrique et la ligne de charge sont parallèles. La variation de hauteur piézométrique, évaluée en hauteur de liquide est égale à la perte de charge linéaire entre les deux points de mesure. Les pertes de charge linéaires sont proportionnelles à la longueur L de la conduite, inversement proportionnelles à son diamètre d , proportionnelle au carré de la vitesse débitante V du fluide.

$$J_L = -\lambda \frac{V^2}{2} \left(\frac{L}{d} \right), \quad (4.12)$$

où

V : vitesse moyenne d'écoulement dans la conduite (m/s)

L : longueur de la conduite (m)

d : diamètre de la conduite (m)

λ : coefficient de perte de charge linéaire. Il dépend du régime d'écoulement et notamment du nombre de Reynolds Re .

- Dans un régime d'écoulement laminaire $Re < 2000$, $\lambda = \frac{64}{Re}$ formule de poiseuille,
- Dans un régime d'écoulement turbulent lisse : $2000 < Re < 10^5$, $\lambda = 0.316 Re^{-0.25}$ (Formule de Blasius),
- Dans un régime d'écoulement turbulent rugueux : $Re > 10^5$, $\lambda = 0.79 \sqrt{\frac{\epsilon}{d}}$ (Formule de Blench),

avec : ϵ : rugosité de la surface interne de la conduite (mm)
 d : diamètre intérieur de la conduite (mm) Parfois, on lit la valeur de λ sur un abaque établie par Moody.

4.4 Théorème de Bernoulli appliqué à un fluide réel

Considérons un écoulement entre deux points (1) et (2) d'un fluide réel dans une conduite. On suppose éventuellement, qu'il existe entre (1) et (2) des machines hydrauliques. On note :

J_{12} : Somme de toutes les pertes de charge, singulière et linéaires entre les sections (1) et (2).

P_n : Puissance mécanique échangé entre le fluide et les machines éventuellement placées entre (1) et (2). Le Théorème de Bernoulli prend la forme générale suivante :

$$\boxed{\frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + g(z_2 - z_1) = J_{12} + \frac{P_n}{Q_m}}, \quad (4.13)$$

avec Q_m le débit massique.

Les formules exposées dans ce chapitre relatives aux pertes de charge constituent un outil de calcul grossier permettant d'obtenir des valeurs approximatives. Même s'il demeurerait grossier, il serait néanmoins très utile pour une tâche de conception ou l'on privilégie la simplicité et la rapidité d'exécution quitte à perdre un peu de précision.

Chapitre 5

ÉCOULEMENT EN CANAUX OUVERTS

5.1 Introduction

Dans ce chapitre nous nous pencherons, sur l'écoulement uniforme. Il est en particulier consacré à la démonstration de l'équation de base de l'écoulement uniforme (équation de Chézy) et à l'introduction de différentes formules de rugosité qui permettront de modéliser le frottement sur les parois.

5.1.1 Généralité

L'hydraulique à surface libre se distingue de l'hydraulique en charge par l'existence d'une surface libre, c'est-à-dire d'une surface où l'écoulement est en contact direct avec l'atmosphère : le gradient de pression ne peut plus être le moteur de l'écoulement, c'est la gravité qui devient l'agent moteur. Le domaine d'application est large :

- cours d'eau naturels : rivières, fleuves, etc. ;
- canaux de navigation, d'irrigation, etc. ;
- systèmes d'évacuation : réseaux d'assainissement pluvial ;
- aménagements : retenues d'eau, usines de production d'électricité, ports, etc.

Une caractéristique de la plupart de ces écoulements est la suivante : la hauteur d'écoulement ainsi que la largeur sont généralement petites par rapport à la longueur d'écoulement. On parle d'écoulement filaire.

5.1.2 Un peu de vocabulaire et des notations

- Bief : tronçon homogène en termes de pente moyenne et de section d'écoulement (on emploie parfois aussi le mot bisse, notamment dans le Valais, mais le contexte est un peu différent) ;
- type de cours d'eau : il existe plusieurs classifications. Selon Bernard (1927), une distinction des cours d'eau peut se faire en fonction de la pente s_0 en pourcentage :
 - $s_0 < 3$ on parle de rivière ;
 - $3 < s_0 < 6$ on parle de rivière torrentielle ;
 - $s_0 > 6$ on parle de torrent.
- périmètre mouillé p : longueur de la surface d'écoulement en contact avec le lit (fond + berges), c'est-à-dire le périmètre de la section d'écoulement auquel on retranche la largeur au miroir B .

- section d'écoulement (ou section mouillée) s : partie de la section du canal limitée par les parois et la surface libre ;
- largeur au miroir B : largeur de la section d'écoulement au niveau de la surface libre ;
- hauteur d'écoulement : hauteur moyenne d'eau, par définition c'est $h = S/B$;
- hauteur normale h_n : c'est la hauteur d'un écoulement permanent uniforme dans un bief. La hauteur normale est fonction du débit Q , de la rugosité C , et de la pente moyenne s_0 ;
- tirant d'eau : profondeur maximale d'une section d'écoulement ;
- rayon hydraulique : c'est une longueur caractéristique définie par $R_H = R = S/P$. Pour un écoulement dans un canal rectangulaire infiniment large ($B \gg h$), le rayon hydraulique correspond à la hauteur d'écoulement h ;
- débit Q : flux d'eau par unité de temps à travers la surface d'écoulement ;
- coefficient de rugosité : coefficient traduisant la rugosité des parois (coefficient de Chézy noté C ou de Manning-Strickler noté K) ;
- lit mineur : lit occupé ordinairement par un cours d'eau par opposition au lit majeur qui correspond à l'emprise maximale historique d'un cours d'eau ou à la plaine inondable. On parle aussi de niveau des plus hautes eaux (PHE) pour désigner la cote maximale atteinte par la surface libre d'un cours d'eau ;
- la berge ou rive est le talus qui sépare le lit mineur du lit majeur. Lorsque la berge est couverte par la végétation, on parle de ripisylve.

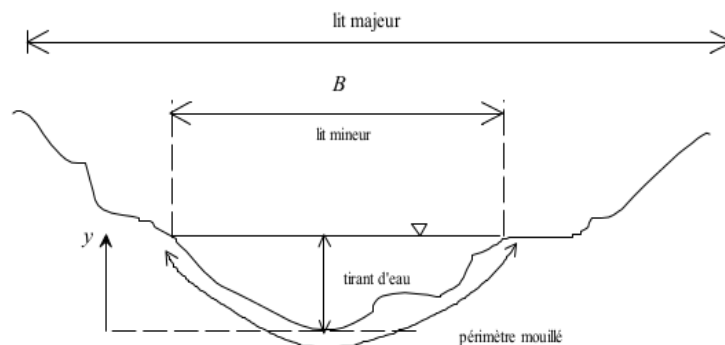


FIGURE 5.1 – coupe d'une rivière.

5.2 Hypothèses de l'écoulement uniforme

Dans un canal de pente constante et de section transversale invariable (canal cylindrique ou prismatique), l'écoulement est uniforme si :

1. la profondeur (maximale ou moyenne), la section mouillée , la vitesse moyenne restent constantes d'une section à une autre du canal
2. la ligne de charge, la surface libre et le fond du canal sont parallèles.

L'hypothèse de la constance des vitesses concerne bien l'égalité des vitesses moyennes d'une section à l'autre, mais dans une section la vitesse n'est pas obligatoirement constante d'un point à un autre. Souvent, on suppose que la distribution des vitesses est la même d'une section à l'autre, ou alors on néglige les effets de cette distribution.

L'écoulement uniforme peut être laminaire ou turbulent : seul ce dernier cas est d'utilisation courant pour l'ingénieur.

L'écoulement uniforme au sens stricte est très rare, mais certains écoulements dans des canaux artificiels peuvent être considérés comme tels. Par exemple, dans un canal artificiel de section et pente constantes et à condition de se placer suffisamment loin de toute singularité, l'écoulement qui se présente est à peu près uniforme. C'est souvent le cas dans les canaux d'irrigation.

Même dans le cas des rivières naturelles (non strictement prismatique), on peut utiliser de manière approximative certains résultats du mouvement uniforme, quand la ligne d'eau est sensiblement parallèle au fond.

Enfin, comme nous le verrons, l'écoulement uniforme constitue toujours le régime de référence, même pour les autres types d'écoulement.

5.3 Formule de Chézy

La formule de Chézy est la formule historique à laquelle la plupart des auteurs font référence, mais à laquelle les praticiens préfèrent des variantes plus précises ou mieux documentées.

Le principe de base de la formule repose sur un équilibre des forces en présence. Supposons un bief élémentaire de longueur Δs dans lequel l'écoulement est uniforme.

Passons en revue les forces pouvant s'exercer sur l'eau du volume de contrôle de longueur Δs . Nous avons :

1. les forces de gravité (le poids propre du liquide) à cause de la gravité qui est le moteur du mouvement
2. Les forces de pression sur les faces du volume de contrôle :
 - (a) Les pressions sur les faces latérales sont les seules forces transversales s'exerçant sur le volume de contrôle, et elles ne correspondent à aucun mouvement. Elles sont donc en équilibre entre elles et n'interviennent pas dans la dynamique du système.
 - (b) la pression atmosphérique à la surface de l'eau et la pression au fond qui se compensent.
 - (c) les pressions s'exerçant sur les faces amont et aval du volume de contrôle se compensent car l'aire sur laquelle s'exerce la pression à l'amont est exactement la même que l'aire à l'aval, vu les hypothèses de l'écoulement.
3. les forces de résistances dues au frottement le long des parois.

On conclut que les forces en considération sont : les forces de gravité et la résistance de frottement.

Le théorème de Newton nous apprend que la résultante des forces conduit à une accélération de la masse du liquide :

$$\sum \vec{F} = m \frac{d\vec{V}}{dt}. \quad (5.1)$$

Pour un écoulement uniforme le liquide ne subit aucune accélération.

Expression de la norme de la force de gravité F_G .

$$F_G = \bar{\omega} A \Delta s. \quad (5.2)$$

Où $\bar{\omega}$ est le poids volumique, A l'aire de la section et Δs l'élémentaire de longueur du bief.

Seule la composante longitudinale de la force de gravité doit être prise en compte. On définit la pente de fond s_0 :

$$s_0 = \sin \theta, \quad (5.3)$$

ce qui permet d'écrire la composante longitudinale sous la forme :

$$F_{Gl} = \bar{\omega} A \triangle s s_0 = \bar{\omega} A \triangle s \sin \theta. \quad (5.4)$$

Expression de la norme de la force de frottement F_R .

Elle s'exerce sur toute la longueur du périmètre mouillé P :

$$F_R = \tau P \triangle s. \quad (5.5)$$

Où τ est la contrainte de frottement par unité de surface. Pour un régime turbulent , cette contrainte est proportionnelle au carré de la vitesse moyenne de l'écoulement :

$$\tau = k V^2 \quad (5.6)$$

si bien que la force de frottement s'écrit :

$$F_R = \tau P \triangle s = k V^2 P \triangle s. \quad (5.7)$$

L'équilibre entre la force de gravité dans le sens de l'écoulement et la force de frottement , opposée à l'écoulement s'écrit :

$$k V^2 P \triangle s = \bar{\omega} A \triangle s \sin \theta. \quad (5.8)$$

Le rayon hydraulique étant défini, par le rapport de l'aire mouillée au périmètre mouillé :

$$R = \frac{A}{P} \quad (5.9)$$

on peut donc déduire la formule de Chézy :

$$V = \sqrt{\frac{\bar{\omega}}{k}} \sqrt{R s_0} = C \sqrt{R s_0} \quad (5.10)$$

où $C = \sqrt{\frac{\bar{\omega}}{k}}$ est le coefficient de Chézy, qui dépend de la rugosité des parois. Il varie de $20 m^{1/2} s^{-1}$ pour les rivières très irrégulières à $80 m^{1/2} s^{-1}$ pour les canaux aux parois très lisses

5.4 Formule de Chézy et Coefficient de Bazin

En résumé, par équilibre des forces de gravité et de frottement sur les parois , nous sommes arrivés à la formule de Chézy (où C est le coefficient de Chézy)

$$\boxed{V = C \sqrt{R s_0}} \quad (5.11)$$

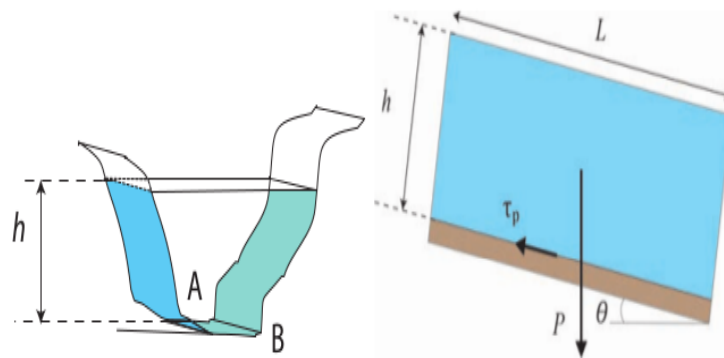


FIGURE 5.2 – équilibre d’une tranche de fluide. La hauteur h est ici le tirant d’eau puisqu’elle correspond à la hauteur maximale d’eau dans le cours d’eau.

5.4.1 Coefficient de bazin

la formule de Chézy est souvent prise comme référence dans les traités d ’hydraulique, mais elle n’est pas utilisée par les praticiens, et cela pour deux raisons :

- le coefficient de Chézy n’a pas été étudié systématiquement du point de vue pratique,
- ce coefficient s’est avéré dépendre également, du rayon hydraulique : pour les canaux plus petits, où R est plus petit également, la vitesse moyenne diminue plus que ne l’annonce la formule de Chézy, parce que plus la section est petite, plus l’influence des parois semble prépondérante.

Les ingénieurs se sont attachés à trouver une expression de C qui tienne compte de cette dépendance à R . Une formule assez utilisée dans le monde francophone est celle de Bazin qui présente C comme une fonction de la rugosité et du rayon hydraulique R . la formule, de bazin en unités métriques ;

$$C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R}}} \quad [m^{1/2}s^{-1}] \quad (5.12)$$

Dans cette formule, m est un coefficient de rugosité qui dépend de la nature de la paroi. Bazin suggère six catégories de parois qui permettent de se faire une idée de la valeur à adopter pour m .

Nature des parois	$m(m^{1/2})$
Parois très unies (ciment, bois raboté)	0.06
Parois unies (planches, briques, pierresde taille ...)	0.16
parois en maçonnerie de moellons	0.46
Parois de nature mixte (section en terre, très irrégulières)	0.85
Canaux en terre dans les conditions ordinaires	1.30
Canaux en terre, avec fond de galets, parois herbéss	1.75

La formule de Chézy, avec le coefficient de Chézy calculé à partir de la formule de Bazin, est utilisée essentiellement dans les pays latins et en france, en particulier. Cependant pour les calculs pratiques, les formules qui suivent sont plus répandus et souvent d’un usage plus simple.

5.5 Formule de Manning

Manning propose quant à lui une autre formule pour lier le coefficient de rugosité C au rayon hydraulique, de façon plus simple que la formule de Bazin.

$$C = \frac{1}{n} R^{1/6}. \quad (5.13)$$

Dans cette formule, la valeur de n dépend de la rugosité de la paroi. Cette formulation plus simple de C permet d'écrire la formule de Chézy de la manière monôme

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} s_0^{1/2}, \quad (5.14)$$

ce qui rend la formule de Manning souvent plus facile à utiliser dans les calculs. De plus, les tableaux des valeurs de n que l'on peut trouver dans la littérature sont extrêmement complets et détaillées, si bien que l'utilisation de cette formule est très répandue non seulement dans le monde anglo-saxon (Etats-Unis, Canada, Royaume-Uni) où elle a vu le jour, mais dans la plupart des pays. Bien que la formule soit d'origine irlandaise, n est exprimé en unités métriques ($m^{1/2}s^{-1}$).

5.6 Notion de déservoir

Les déservoirs sont des ouvrages aux formes variées : déservoir à paroi mince pour mesurer un débit (plaque mince verticale), barrage-déservoir (barrage au fil de l'eau avec évacuation du trop plein), déservoir mobile (vanne à clapet, vanne à batardeaux, etc.) qui permet d'ajuster la pelle, et déservoir à seuil épais (ouvrage souvent profilé). Un seuil permet de contrôler un débit. Si le seuil est suffisamment épais, la hauteur d'écoulement au niveau de la crête du seuil est nécessairement égale à la hauteur critique, c'est-à-dire

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g} \right)^{1/3} \quad (5.15)$$

avec $q = \frac{Q}{B}$ le débit par unité de largeur à l'amont du seuil.

Bibliographie

- [1] Riadh BEN HAMOUDA ; *Notions de mécanique des fluides*
- [2] Christophe Ancey ; *Mécanique des fluides : Une introduction à l'hydraulique pour les ingénieurs civils* ; version 10.4 du 11 mars 2015
- [3] Jonas Rundqvist(SERO), Pedro Manson(EPLF) et Celso Penche (ESHA) ; *Petite hydroélectricité : Guide Technique Pour La Réalisation DesProjets ESHA* 2015, *Principes Hydrauliques.pdf Chapitre 1 Itroduction*
- [4] José VAZQUEZ (Laboratoire Systèmes Hydrauliques Urbains) ; *Cours hydraulique générale MEPA.pdf*
- [5] Sellam Fouad ; *Cours hydraulique générale TC3.pdf Cours hydraulique générale TCIMP*
- [6] Notions générales d'hydrodynamique *TEXT-MO-1993-00010020.PDF LIVRE XAT. Partie 1.pdf*
- [7] Cours-meca(1).pdf2014 – 2015

EXERCICES D'APPLICATION

Exercice 1

Repondre par vrai ou faux tout en justifiant la réponse aux affirmations suivantes et corriger l'affirmation si elle est fausse.

1. La viscosité cinématique d'un liquide de densité $d = 0.95$ et de viscosité dynamique $\mu = 95.10^{-3} Pa.s$ est $\nu = 1$ stockes.
2. La pression est la même en tout point d'une surface horizontale dans un fluide en équilibre statique.
3. Le poids d'un volume $V = 3$ litres d'huile d'olive ayant une densité $d = 0,918$ est $P_0 = 50N$.
4. Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point.

Exercice 2

Soit un tube en U fermé à une extrémité qui contient deux liquides non miscibles.

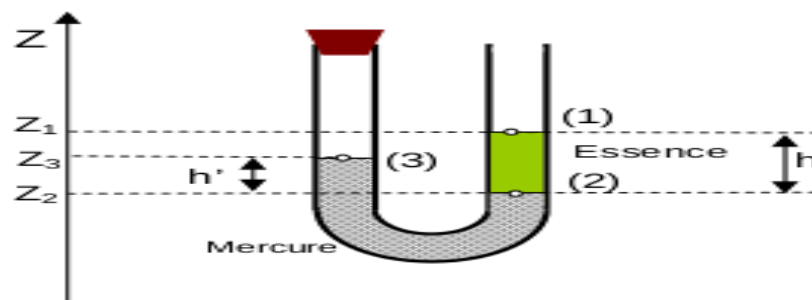


FIGURE 5.3 – Tube en U

Entre les surfaces :

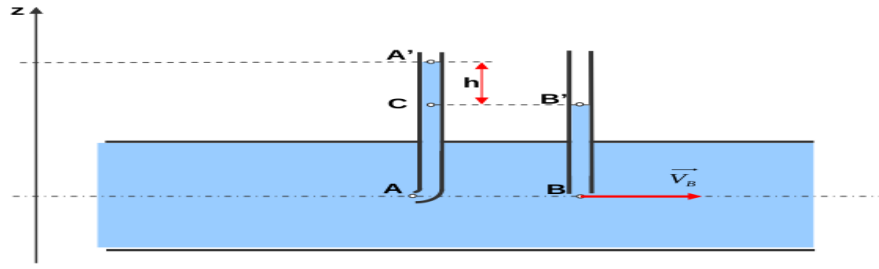
- (1) et (2) il s'agit de l'essence de masse volumique $\rho_{ess} = 700 kg/m^3$.
- (2) et (3), il s'agit du mercure de masse volumique $\rho_{mer} = 13600 kg/m^3$.

La pression au-dessus de la surface libre (1) est $P_1 = P_{atm} = 1bar$. L'accélération de la pesanteur est $g = 9,8 m/s^2$. La branche fermée emprisonne un gaz à une pression P_3 qu'on cherche à calculer.

1. En appliquant la *RFH* (Relation Fondamentale de l'Hydrostatique) pour l'essence, calculer la pression P_2 (en *mbar*) au niveau de la surface de séparation (2) sachant que $h = (Z_1 - Z_2) = 728mm$.
2. De même, pour le mercure, calculer la pression P_3 (en *mbar*) au niveau de la surface (3) sachant que $h' = (Z_3 - Z_2) = 15mm$.

Exercice 3

On considère une conduite de diamètre intérieur $d = 40mm$ dans laquelle s'écoule de l'eau à une vitesse $\vec{V}$.



Afin de mesurer le débit volumique, la canalisation a été équipée de deux tubes plongeant dans le liquide, l'un débouchant en A face au courant et l'autre en B est le long des lignes de courant. En mesurant la dénivellation h du liquide dans les deux tubes, on peut en déduire la vitesse v . On admet les hypothèses suivantes :

- L'écoulement est permanent.
- Le fluide est parfait et incompressible.
- Au point B , le liquide a la même vitesse V que dans la canalisation ($V_B = V$).
- Au point A (point d'arrêt) la vitesse d'écoulement est nulle ($V_A = 0$).
- Les deux points A et B sont à la même hauteur ($Z_A = B$).

On donne :

- la masse volumique de l'eau $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$,
- l'accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

1. Appliquer le théorème de Bernoulli entre les points A et B . En déduire la pression P_A au point A en fonction de P_B , ρ et V .
2. Ecrire la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points A et A' .
3. Ecrire la relation fondamentale de l'hydrostatique entre les points B et B' .
4. Donner l'expression de V en fonction de g et h .
5. En déduire le débit volumique D_v . Faire une application numérique pour une dénivellation $h = 3,2 \text{ cm}$.

Exercice4

La figure 5.4 représente un barrage ayant les dimensions suivantes : longueur $b = 200 \text{ m}$, hauteur $h = 60 \text{ m}$. Le barrage est soumis aux actions de pression de l'eau. Le poids volumique de l'eau est : $\bar{\omega} = 9,81 \cdot 10^3 \text{ N/m}^3$.

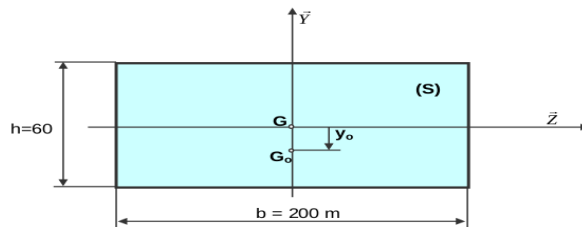


FIGURE 5.4 – barrage

1. Calculer l'intensité de la résultante R des actions de pression de l'eau et l'intensité de son moment M .
2. Calculer la position y_0 du centre de poussée G_0 .

Exercice5

La figure 5.5 représente un piston qui se déplace sans frottement dans un cylindre de section S_1 et de diamètre $d_1 = 4\text{cm}$ rempli d'un fluide parfait de masse volumique $\rho = 1000\text{kg/m}^3$. Le piston est poussé par une force $\vec{F}$ d'intensité $62,84\text{N}$ à une vitesse V_1 constante. Le fluide peut s'échapper vers l'extérieur par un cylindre de section S_2 et de diamètre $d_2 = 1\text{cm}$ à une vitesse V_2 et une pression $P_2 = P_{atm} = 1\text{bar}$.

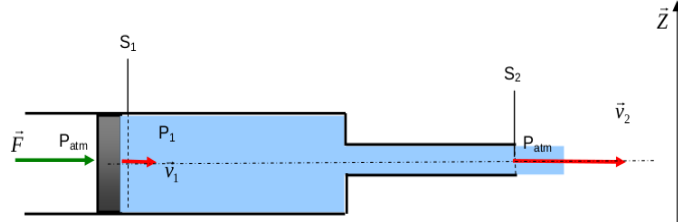


FIGURE 5.5 – Piston

1. En appliquant le principe fondamental de la dynamique au piston, déterminer la pression P_1 du fluide au niveau de la section S_1 en fonction de F, P_{atm} et d_1 .
2. Ecrire l'équation de continuité et déterminer l'expression de la vitesse V_1 en fonction de V_2 .
3. En appliquant l'équation de Bernoulli, déterminer la vitesse d'écoulement V_2 en fonction de P_1, P_{atm} et ρ .
(On suppose que les cylindres sont dans une position horizontale ($Z_1 = Z_2$))
4. En déduire le débit volumique q_v .

Exercice6

Un réservoir parallélépipédique de 8m de longueur, 3m de largeur et 2m de profondeur dont la face supérieure est libre, est rempli d'eau. Il se vide par un orifice de section 5dm^2 percé dans le fond horizontal. on prendra $g = 10\text{m/s}^2$, $P_{atm} = 1\text{bar}$.

1. Déterminer la pression P_0 de l'eau sur un bouchon qui aurait fermé initialement cet orifice. En déduire la valeur de la force de pression F_0 qui s'exerce sur ce bouchon.
2. Quel est le débit de vidange de ce réservoir ? Déduire le temps nécessaire à sa vidange totale ?

Exercice7

Considérons le tube de la figure 5.6, constitué de deux tronçons cylindriques identiques de section droite S_1 et d'un tronçon de section plus petite S_c entre les deux. Un fluide parfait incompressible de masse volumique ρ traverse ce tube de haut en bas. On suppose l'écoulement stationnaire. $U(z)$ et $p(z)$ sont respectivement le module de la vitesse et la pression dans la section de cote z . En amont, le module de la vitesse est U et la pression est P . On introduit les points $O(z = 0)$ et $A(z = l)$ sur l'axe $z'z$ comme indiqué sur la figure. Par ailleurs, on place un manomètre à liquide entre les deux sections S_1 et S_c centrées en A et O (voir figure), la masse volumique du liquide étant ρ_0 .

1. (a) Proposer un nom à ce tube tout en précisant son rôle.
(b) Quel est le rôle du manomètre dans ce dispositif ?
2. Utiliser les équations de continuité et de Bernoulli pour exprimer la vitesse U_c et la pression P_c dans la section S_c en fonction des paramètres $P, \rho, U, S_1, S_c, g, l$.
3. En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre A et F , E et F et puis entre E et O montrer que $P_c = P + \rho gl + (\rho - \rho_0)gh$

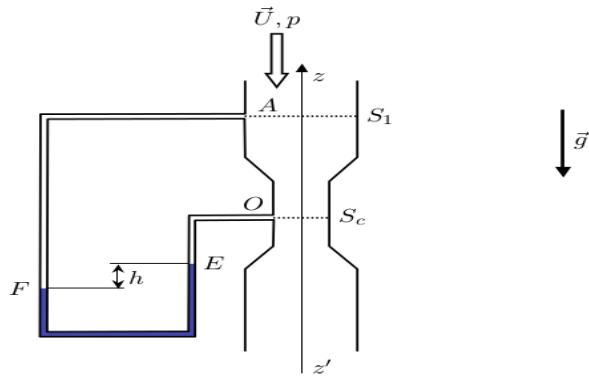


FIGURE 5.6 – Tube de venturi

4. Montrer que $U_c = \sqrt{2gh \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho} \right) \left(\frac{S_1^2}{S_c^2 - S_1^2} \right)}$.

Exercice8

On utilise en travaux pratiques une cuve verticale (voire 5.7) remplie d'eau ; on supposera que le niveau A dans la cuve est constant. Le fluide s'écoule par un orifice de diamètre D initialement fermé par un bouchon situé dans le fond de la cuve. L'eau sera considérée comme un fluide parfait incompressible.

1. L' orifice est fermé par un bouchon.

Déterminer la pression P_B au point B. En déduire la valeur de la force de pression F_B qui s'exerce sur le bouchon.

L' orifice est à présent ouvert.

2. Enoncer le théorème de Bernoulli pour un fluide parfait en précisant la signification des différents termes.
3. Appliquer la relation de Bernoulli entre les points A et B et déterminer la vitesse v_B au niveau du trou.
4. Calculer le débit-volumique D_v au point B.
5. En fait le débit réel vaut 0.80 L/s. On explique en partie cette différence par une contraction de la veine liquide à la sortie de l'orifice. En déduire le diamètre D' de la veine liquide à la sortie de la cuve.

On donne $H = 0,80m$, $D = 2,0cm$, $\rho_e = 1000kg.m^{-3}$, $g = 9,81m.s^{-2}$, $P_{atm} = 1bar$.

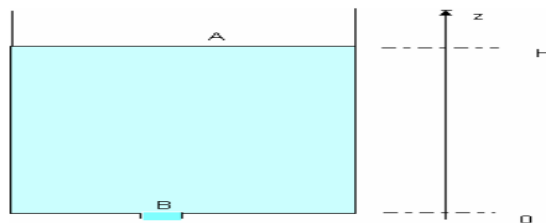


FIGURE 5.7 – Tube de venturi

Exercice 9

Une pompe P alimente un château d'eau à partir d'un puit à travers une conduite de diamètre $d = 150mm$.

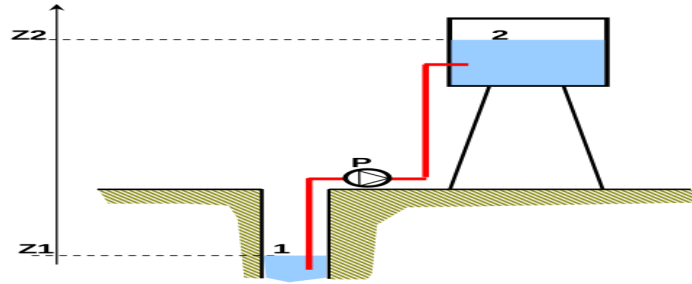


FIGURE 5.8 – Chateau d'eau

On donne :

- les altitudes : $Z_2 = 26m$, $Z_1 = -5m$,
- les pressions $P_1 = P_2 = 1,013bar$;
- la vitesse d'écoulement $V = 0.4m/s$,
- l'accélération de la pesanteur $g = 9,81m/s^2$.

On négligera toutes les pertes de charge.

1. Calculer le débit volumique D_v de la pompe en l/s .
2. Ecrire l'équation de Bernoulli entre les surfaces 1 et 2.
3. Calculer la puissance utile P_u de la pompe.
4. En déduire la puissance Pa absorbée par la pompe sachant que son rendement est 0.8.

Exercice 10

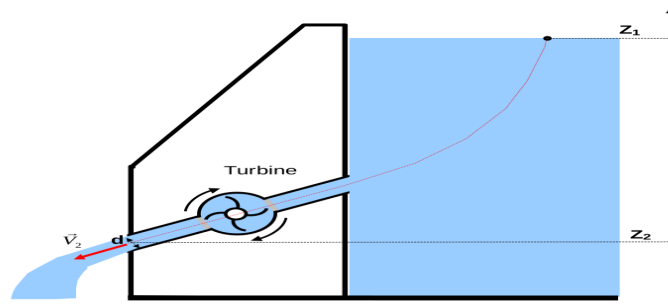


FIGURE 5.9 – Barrage

La figure 5.9 représente un barrage qui est équipé d'une turbine dont les arbres sont entraînés par un jet d'eau sous pression. La conduite de sortie de diamètre $d = 2,5m$ est située à une altitude $Z_1 = 5m$ de débit volumique $D_v = 25m^3/s$. On suppose que le niveau d'eau dans le barrage ($Z_1 = 30m$) varie lentement ($V_1 = 0$), et les pertes de charges sont évaluées $\tilde{A} J_{12} = -32,75J/kg$. On donne :

- la masse volumique de l'eau : $\rho = 1000kg/m^3$,
- l'accélération de la pesanteur : $g = 9,81m/s^2$

1. Calculer la vitesse V_2 d'écoulement d'eau à la sortie de la canalisation en m/s .

2. En appliquant le théorème de Bernoulli, déterminer la puissance P_a disponible sur l'arbre de la turbine en MW si son rendement η est de 0.6.

Exercice 11

La figure 5.10 représente un jet d'eau horizontal qui frappe un obstacle à un débit massique $D_m = 2 \text{ kg/s}$. L'obstacle provoque une déflexion du jet d'un angle $\beta = 120^\circ$.

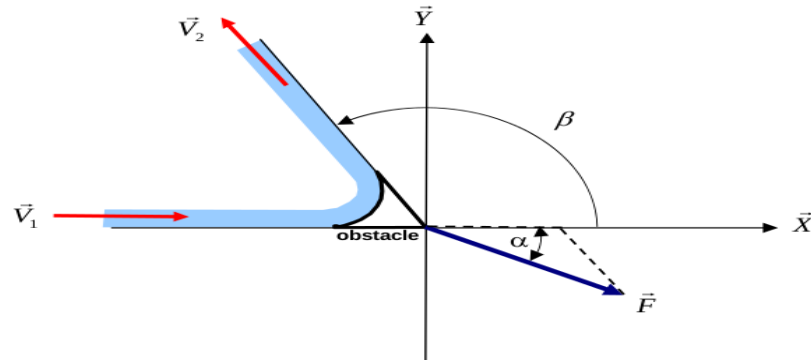


FIGURE 5.10 – Jet d'eau

On désigne par $\vec{V}_1$ la vitesse d'écoulement de l'eau en entrée de l'obstacle. Elle est portée par l'axe $\vec{X}$, $\vec{V}_2$ désigne la vitesse d'écoulement de l'eau en sortie de l'obstacle. Elle est portée par une direction inclinée de l'angle $\beta = 120^\circ$ par rapport à l'axe $\vec{X}$.

On admettra que $\|\vec{V}_1\| = \|\vec{V}_2\| = 3 \text{ m/s}$.

- 1) En appliquant le théorème d'Euler, donner l'expression vectorielle de la force $\vec{F}$ exercée par le liquide sur l'obstacle en fonction de D_m , V_1 et V_2 ensuite calculer ses composantes F_x et F_y . 2) Quel est son angle d'inclinaison α ?

Exercice 12

Un conduit horizontal avec diamètre D a une contraction brusque à un diamètre d . Le fluide avec (ρ, μ) est en mouvement avec une vitesse V dans le conduit. On désire établir la chute de pression sans dimension en fonction des autres paramètres du problème. On suppose $\Delta P = f(D, d, \rho, \mu, V)$.

Déterminez la chute de pression sans dimension en fonction des autres paramètres Π du problème.

Exercice 13

Une conduite verticale de diamètre D est alimentée par un réservoir avec une surface libre de grandes dimensions. Elle se termine en aval, par un coude à 90° suivie d'une partie horizontale, dont l'extrémité est munie d'un convergent de diamètre d (voire figure 5.11). A la sortie du convergent, l'eau, de masse volumique constante ρ , s'écoule à l'air libre. On admet qu'en sortie, le jet est cylindrique de diamètre d . On appelle H la distance entre la surface libre du réservoir et l'axe du jet. L'eau est considérée comme un fluide parfait et le mouvement est stationnaire. La pression de l'air est P_a . On adopte l'approximation des écoulements par tranches dans toute la conduite.

1. Calculer le débit volumique D_v de fluide s'écoulant dans la conduite.
2. Que se passe-t-il si la conduite débouche dans un très grand réservoir maintenu en dépression à l'aide d'une pompe, de telle sorte que la pression y soit $P_0 < P_a$?
3. On revient à la configuration initiale où le liquide débouche dans l'atmosphère. En considérant le fluide non pesant, déterminer la résultante des efforts exercés par le fluide sur le coude limité par les sections droites de diamètre D en E et F . On supposera que la pression en amont et en aval du coude est la même ($P_E = P_F$).

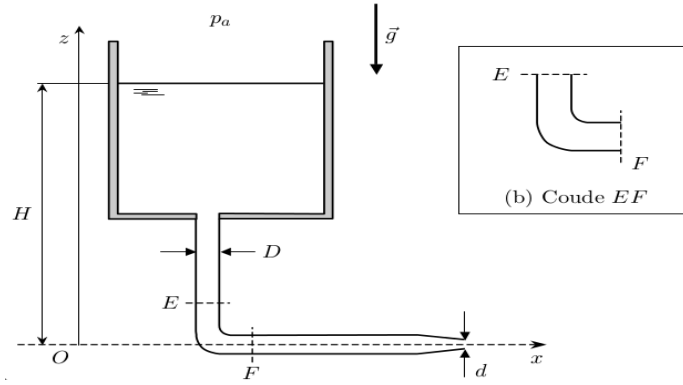


FIGURE 5.11 – Conduite

Exercice 14

Considérons le tube de la figure 5.12, constitué de deux tronçons cylindriques identiques de section droite S_1 et d'un tronçon de section plus petite S_c entre les deux. Un fluide parfait incompressible de masse volumique ρ traverse ce tube de haut en bas. On suppose l'écoulement stationnaire. $U(z)$ et $p(z)$ sont respectivement le module de la vitesse et la pression dans la section de cote z . En amont, le module de la vitesse est U et la pression est P . On introduit les points $O(z = 0)$ et $A(z = l)$ sur l'axe $z'z$ comme indiqué sur la figure. Par ailleurs, on place un manomètre à liquide entre les deux sections S_1 et S_c centrées en A et O (voir figure), la masse volumique du liquide étant ρ_0 .

1. (a) Proposer un nom à cet tube tout en précisant son rôle.
(b) Quel est le rôle du manomètre dans ce dispositif?
2. Utiliser les équations de continuité et de Bernoulli pour exprimer la vitesse U_c et la pression P_c dans la section S_c en fonction des paramètres ρ, U, S_1, S_c, g, l .
3. En appliquant l'équation de l'hydrostatique entre A et F , E et F et puis entre E et O montrer que $P_c = P + \rho gl + (\rho - \rho_0)gh$.
4. Montrer que $U_c = \sqrt{2gh \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho} \right) \left(\frac{S_1^2}{S_c^2 + S_1^2} \right)}$.

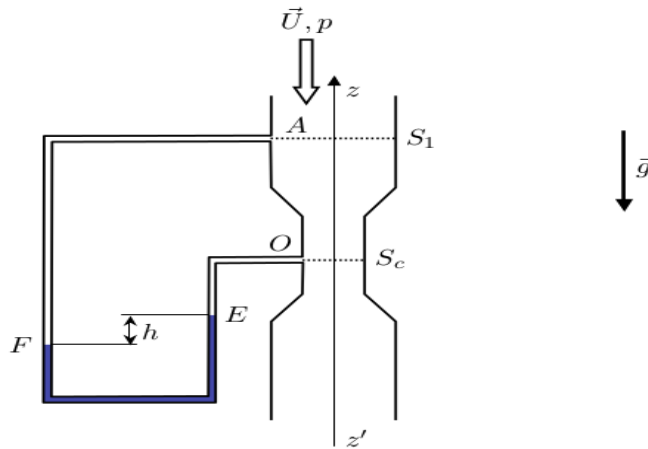


FIGURE 5.12 – Tube

Exercice 15

Un liquide de refroidissement circule dans un radiateur en forme de serpent. Le serpent comprend les éléments suivants : 12 tubes rectilignes de diamètre $d = 10\text{mm}$ et de longueur 1m chacun ; 11 coudes à 180° ayant chacun un coefficient de perte de charge $K_s = 0,4$.

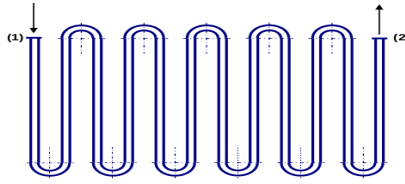


FIGURE 5.13 – Radiateur

La conduite transporte un débit volumique $q_v = 0,32\text{L/s}$. La pression en entrée est $P_1 = 4\text{bars}$. On donne les caractéristiques du fluide de refroidissement : viscosité dynamique : $\mu = 10^{-3}\text{Pa.s}$; masse volumique : $\rho = 1\text{kg/L}$.

1. Calculer le nombre de Reynolds R_e et en déduire la nature de l'écoulement.
2. Déterminer le coefficient de perte de charges linéaire λ , en précisant la formule utilisée.
3. Calculer la perte de charge totale J_{12} en J/kg du système.
4. Appliquer le théorème de Bernoulli entre les points (1) et (2) pour déterminer la pression de sortie P_2 .

Exercice 16 : Questions à choix multiples avec justification

1. Dans un écoulement uniforme, la perte de charge par unité de longueur est proportionnelle :
 - (a) à la pente de fond
 - (b) à la composante verticale du poids de l'eau
 - (c) à la composante horizontale du poids de l'eau
 - (d) à la vitesse de l'eau
 - (e) au frottement sur le fond.
2. Si la rugosité des parois d'un canal augmente, le coefficient de Chézy :
 - (a) augmente
 - (b) diminue
 - (c) reste constant
3. Si la profondeur d'un canal augmente, le coefficient de Chézy C :
 - (a) augmente
 - (b) diminue
 - (c) reste constant
4. Si la rugosité des parois d'un canal augmente, le coefficient de Manning n :
 - (a) augmente
 - (b) diminue
 - (c) reste constant
5. Si la profondeur d'un canal augmente, le coefficient de Manning n :

- (a) augmente
 - (b) diminue
 - (c) reste constant
6. Que vaut le coefficient de Chézy C pour un canal rectangulaire ($L = 10m, h = 3m$) en terre, dont le coefficient de rugosité de Bazin vaut $m = 1,3m^{1/2}$
- (a) $5,33m^{1/2}s^{-1}$
 - (b) $41,99m^{1/2}s^{-1}$
 - (c) $48,04m^{1/2}s^{-1}$
 - (d) $53,33m^{1/2}s^{-1}$
 - (e) $120m^{1/2}s^{-1}$
7. Que vaut le coefficient de Chézy d'un canal rectangulaire ($L = 8m, h = 2m$) en empierrement dont le coefficient de rugosité de Manning est estimé à $n = 0,025m^{-1/3}s$
- (a) $5,33m^{1/2}s^{-1}$
 - (b) $41,96m^{1/2}s^{-1}$
 - (c) $48, m^{1/2}s^{-1}$
8. En quelles unités est défini le coefficient de Chézy ?
- (a) m
 - (b) m/s
 - (c) m/s^2
 - (d) m^2/s
 - (e) il est adimensionnel