

Ressources Éducatives Libres

CONTRAINTES DANS LES SOLS

Université Nationale des Sciences,
Technologies, Ingénierie et Mathématiques d'Abomey



Novembre 2023

La question de la contrainte dans les sols revêt une grande importance : elle conditionne la résistance ultérieure du sol, sa stabilité, sa déformabilité voire sa rupture.

1- Contraintes totales et contraintes effectives

1-1- Contraintes totales

Soit une section unitaire δS dans un massif de sol. La résultante des forces (forces extérieures, poids propre) qui s'exercent sur cette section est la contrainte totale.

Le vecteur de contrainte totale $\vec{\sigma}$ peut être projeté sur la normale $\vec{n}$ et sur le plan de la surface δS . On définit ainsi la contrainte totale normale σ (ou σ_n) et la contrainte totale tangentielle τ qui sont telles que : $\vec{\sigma} = \sigma \vec{n} + \vec{\pi} \cdot \vec{t}$ et $\vec{t}$ étant les vecteurs unitaires de la normale et de la direction de la contrainte tangentielle dans le plan de δS .

1-2- Pression interstitielle

La pression interstitielle en un point quelconque M du massif d'un sol, notée u_M est la pression existant dans l'eau interstitielle en ce point. Il s'agit d'une contrainte du type hydrodynamique c'est-à-dire normale à la section considérée. La résistance de l'eau au cisaillement est donc nulle.

Remarques

La pression de l'eau interstitielle est mesurée par rapport à la pression atmosphérique.

Le toit de la nappe phréatique est défini par un ensemble de points où la pression interstitielle est égale à la pression atmosphérique (i-e nulle).

En dessous de la nappe phréatique, le sol est supposé saturé.

Au-dessus de la nappe phréatique, l'eau peut être retenue par capillarité ; La pression interstitielle est inférieure à la pression atmosphérique, et a tendance à rapprocher les grains du squelette solide.

L'eau interstitielle, en dessous de la nappe, peut être :

- en état statique : la pression interstitielle en un point dépend de la profondeur de ce point en dessous de la nappe.
- en état d'écoulement sous l'action d'un gradient hydraulique.

1-3 Sols saturés. Contraintes effectives. Principe

Dans les sols saturés (en eau), il est admis depuis la publication de Karl Von Terzaghi en 1925 que les déformations des sols ne dépendent pas séparément des contraintes totales et des pressions d'eau mais de leur différence.

On appelle vecteur de contrainte effective le vecteur $\vec{\sigma}' = \vec{\sigma} - u\vec{n}$ avec u pression interstitielle.

Cette relation s'écrit aussi souvent sous la forme :

$$\begin{cases} \sigma' = \sigma - u \\ \tau' = \tau \end{cases}$$

avec σ' contrainte effective normale ; σ contrainte totale normale
 u pression interstitielle ; τ, τ' contrainte tangentielle

Principe : La contrainte effective ainsi définie détermine le comportement mécanique du sol saturé, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de déformations sans variations des contraintes effectives et inversement. Il en résulte qu'une augmentation égale et simultanée de la contrainte totale normale et de la pression interstitielle est sans effet sur l'état de déformation du sol.

2- Etat de contraintes verticales d'un sol sous son propre poids

2-1- Contraintes géostatiques et nappe au repos (Absence d'écoulement)

* Nappe à la surface du sol

On appelle *contraintes géostatiques*, les contraintes agissant dans un massif de sol homogène à surface horizontale, dues à la pesanteur, à l'exclusion de toute charge extérieure.

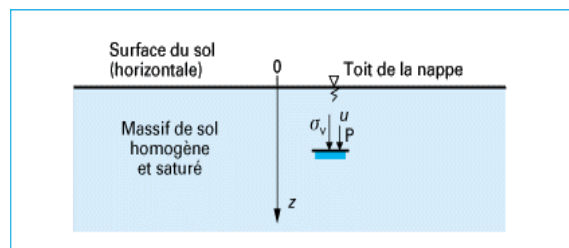


Figure 1 - Contraintes géostatiques et nappe au repos

Dans un sol saturé à surface horizontale, baigné par une **nappe en équilibre** (figure 1), la contrainte totale verticale σ et la pression de l'eau u au point P situé à la profondeur z sont données par les relations: $\sigma(z) = \gamma z$ $u(z) = \gamma_w z$

avec z profondeur du point P, comptée positivement vers le bas à partir de la surface du sol

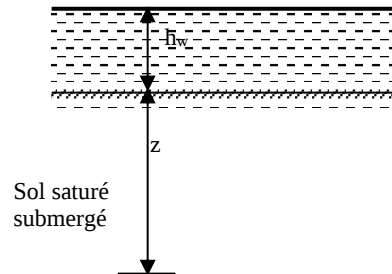
γ poids volumique du sol (saturé) ;

Par conséquent, la contrainte effective verticale au point P est égale à :

$$\sigma' = \sigma - u = (\gamma - \gamma_w)z \quad \text{ou} \quad \sigma' = \gamma' z$$

en introduisant le paramètre γ' (poids volumique déjaugé) égal à : $\gamma' = \gamma_{\text{sat}} - \gamma_w$.

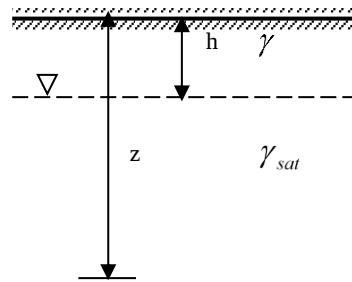
*** Sol submergé par l'eau**



$$\sigma(z) = \gamma z + \gamma_w h_w \quad u(z) = \gamma_w (z + h_w) \quad \sigma'(z) = \gamma z + \gamma_w h_w - \gamma_w (z + h_w) = (\gamma - \gamma_w) z = \gamma' z$$

NB : On voit que σ' a la même valeur que dans l'exemple précédent : l'augmentation du niveau de l'eau a fait varier la contrainte totale mais pas la contrainte intergranulaire ; elle est indépendante de la hauteur d'eau.

*** Nappe en profondeur**



$$\sigma(z) = \gamma h + \gamma_{sat} (z - h) \quad u(z) = \gamma_w (z - h) \quad \sigma'(z) = \gamma h + \gamma' (z - h)$$

La pression effective s'obtient en prenant hors nappe le poids volumique humide et en nappe le poids volumique déjaugé.

2-2- Écoulement vertical

*** Descendant**

Puisqu'il y a écoulement descendant, la pression interstitielle u au point considéré est plus faible que ce qu'elle serait s'il n'y avait pas d'écoulement. Une manière simple de l'évaluer consiste à dire qu'elle est égale à ce qu'elle serait s'il n'y avait pas d'écoulement moins ce qui est dû à la perte de charge $u = u_0 - \Delta h \gamma_w$. Dans le cas présent, la perte de charge est $\Delta h = iz$, $u_0 = \gamma_w (z + h_w)$ et

$$u = \gamma_w (z + h_w) - iz \gamma_w. \text{ La contrainte verticale } \sigma_v = \gamma_w h_w + z \gamma. \text{ On en déduit } \sigma'_v = z(\gamma' + i \gamma_w)$$

*** Ascendant**

NB : Pour $i = \frac{\gamma'}{\gamma_w}$, la contrainte effective verticale devient nulle : on a alors boullance.

On arrive par un raisonnement semblable à $\sigma'_v = z(\gamma' - i\gamma_w)$.

3- Calcul des suppléments de contraintes

Il s'agit de connaître la distribution, avec la profondeur, de l'accroissement de contrainte verticale $\Delta\sigma$, par rapport à l'état de contrainte initial régnant dans le sol, apporté par une contrainte q appliquée en surface.

Le calcul des suppléments de contraintes apportés par le chargement à différents niveaux dans le sol s'effectue en utilisant les résultats de la théorie de l'élasticité, pour un massif homogène semi-infini, isotrope.

3-1- Charge uniformément répartie sur une bande de largeur finie et de longueur infinie

Les expressions analytiques sont complexes ; on a souvent recours à des abaques pour estimer les accroissements de contrainte. $\Delta\sigma_v = I.p$

I : Coefficient d'influence lu sur l'isobare de l'abaque 1

p : Charge répartie au niveau du contact sol – structure

Remarques : Pour une valeur donnée de p , la profondeur à laquelle on obtient une certaine valeur de $\Delta\sigma_v(z)$ est proportionnelle à la dimension b de la semelle. A pression égale une semelle de grande dimension risque de faire tasser une couche compressible qui n'aurait pas été sollicitée par une semelle plus petite.

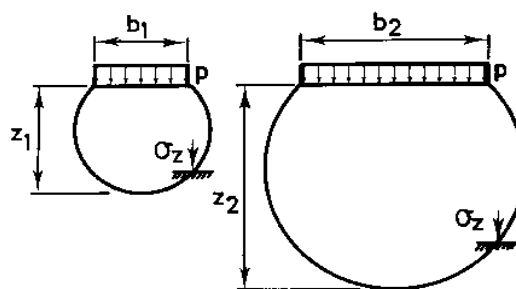


Figure 2 :

3-2- Charge répartie sur une surface circulaire

Soit une surface circulaire de rayon r , chargée uniformément en surface par une pression q . Sous l'axe de la surface et à une profondeur z , l'accroissement de contrainte $\Delta\sigma_v(z)$ a pour expression :

$$\Delta\sigma_v = q \times I = q \times \left[1 - \frac{1}{\left(\frac{r^2}{z^2} + 1 \right)^{3/2}} \right]$$

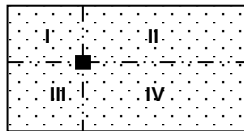
I : coefficient d'influence.

Les valeurs de I peuvent être lues directement sur l'abaque n°2

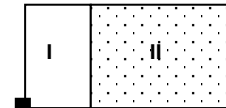
3-3- Charge uniformément répartie de surface rectangulaire

Steinbrenner a établi un diagramme (L'abaque n°3) donnant la variation de contrainte $\Delta\sigma_v(z)$ induite par une pression q sous le coin **A** d'un rectangle de côtés **a** et **b** à la profondeur relative **z/b**. L'abaque permet de calculer le coefficient d'influence I de la charge en tout point du milieu, repéré par ses coordonnées (profondeur z) : $\Delta\sigma_v(z) = Iq$ avec q pression uniforme appliquée à la surface du sol. Pour calculer $\Delta\sigma_v(z)$ sous un autre point P que le coin d'une semelle, on fait l'hypothèse qu'il y a superposition des effets et qu'il suffit de calculer la somme des effets des quatre rectangles concourant en P.

Pour calculer $\Delta\sigma_v(z)$ en dehors de la semelle, on soustrait l'effet de certains rectangles.



$$[I] + [II] + [III] + [IV]$$



$$[I+II] - [I]$$

3-4- Chargement de type trapézoïdal (remblai)

Le chargement de type trapézoïdal correspond à celui produit par un remblai routier. L'accroissement de contrainte sous l'axe du **demi** - remblai à une profondeur z est calculé par la formule suivante : $\Delta\sigma_v = q \times I$ avec I le coefficient d'influence déterminé par abaque n°4.

3-5- Chargement réparti sur une surface quelconque

NEWMARK a établi un abaque permettant de calculer $\Delta\sigma_v$ pour des semelles de formes quelconques où dans le cas de plusieurs semelles rapprochées.

Le point où l'on veut déterminer la contrainte verticale est placé au centre de l'abaque.

La fondation (de forme géométrique quelconque) est dessinée à l'échelle telle que la profondeur soit représentée par le segment AB.

Chaque carreau chargé à p kPa correspond à une contrainte de $0,005 p$ kPa. Il suffit de compter le nombre de carreaux recouverts N par la fondation pour avoir l'accroissement de contrainte recherché. $\Delta\sigma_v = 0,005 \times N \times p$

3-6- Méthode approchée pour le calcul de la répartition des contraintes au sein d'un massif

Dans certains cas, il peut être suffisant de se servir d'une méthode approchée consistant à supposer une diffusion de la contrainte q à 1 pour 2 avec la profondeur (voir semelle fictive). À la profondeur z , l'accroissement de contrainte $\Delta\sigma_v(z)$ sous une semelle rectangulaire $L \times B$ est (figure 3) :

$$\Delta\sigma_z = \frac{qLB}{(L+z)(B+z)}$$

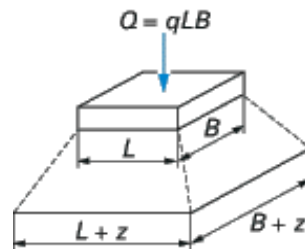
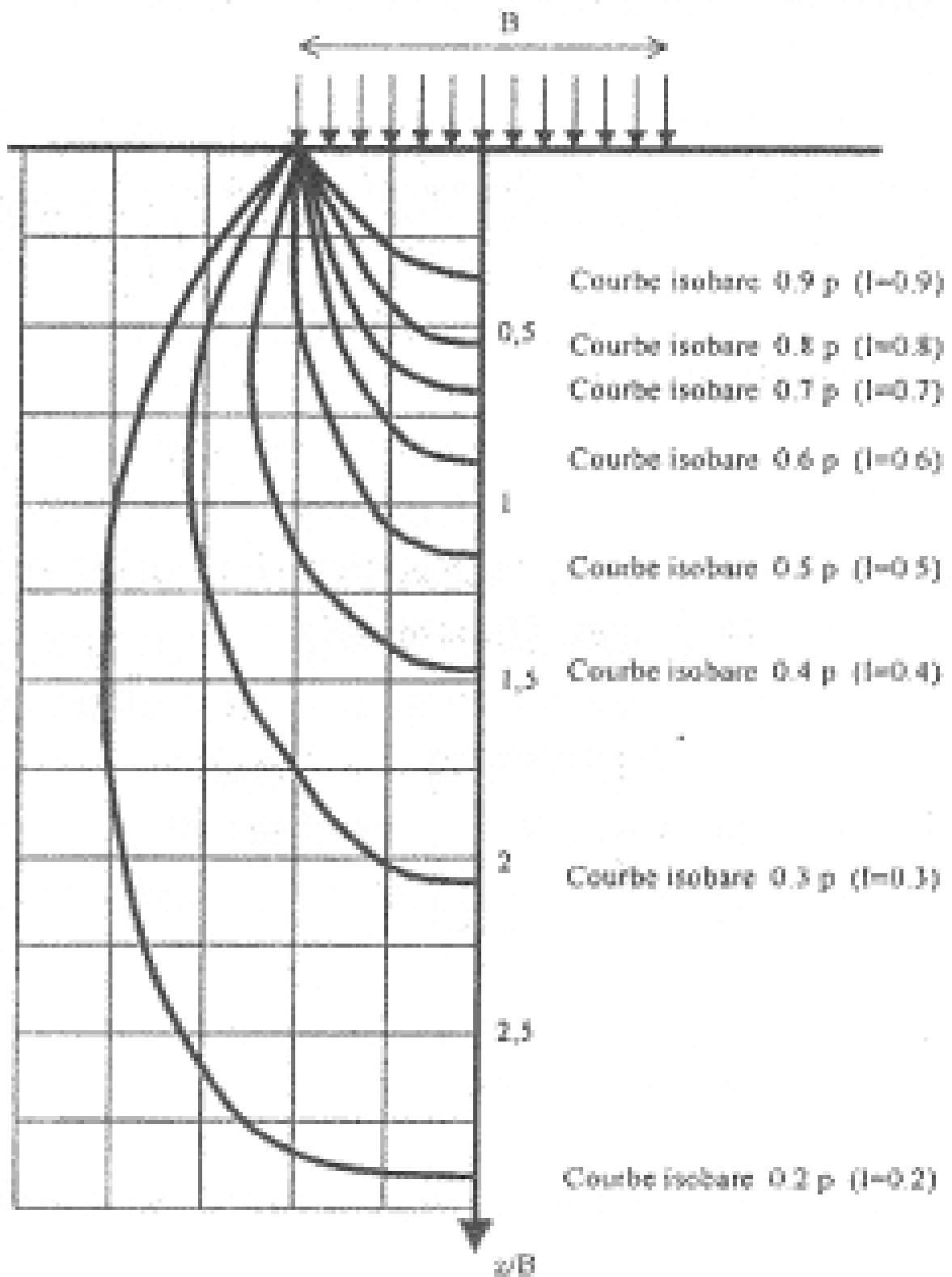
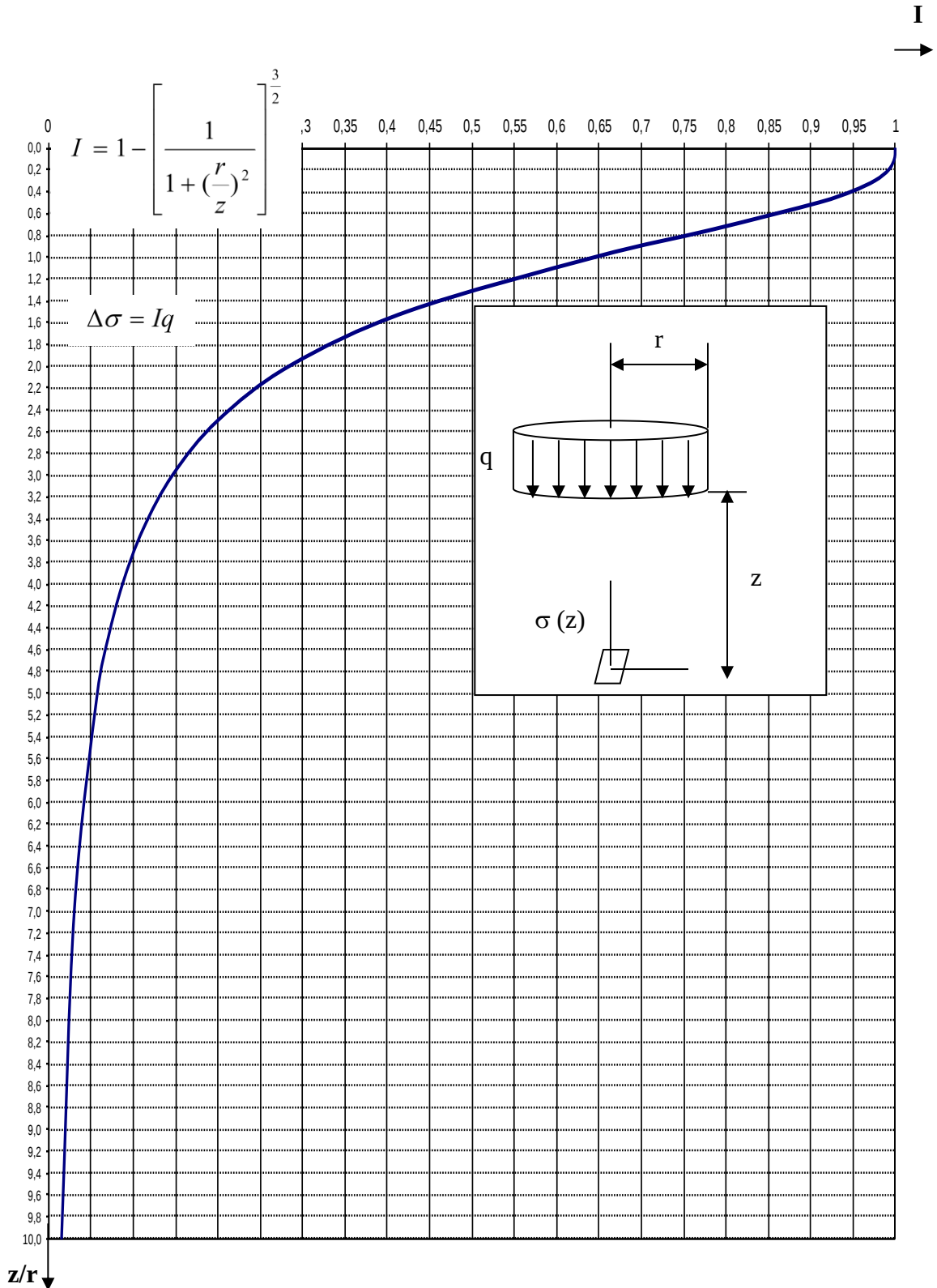


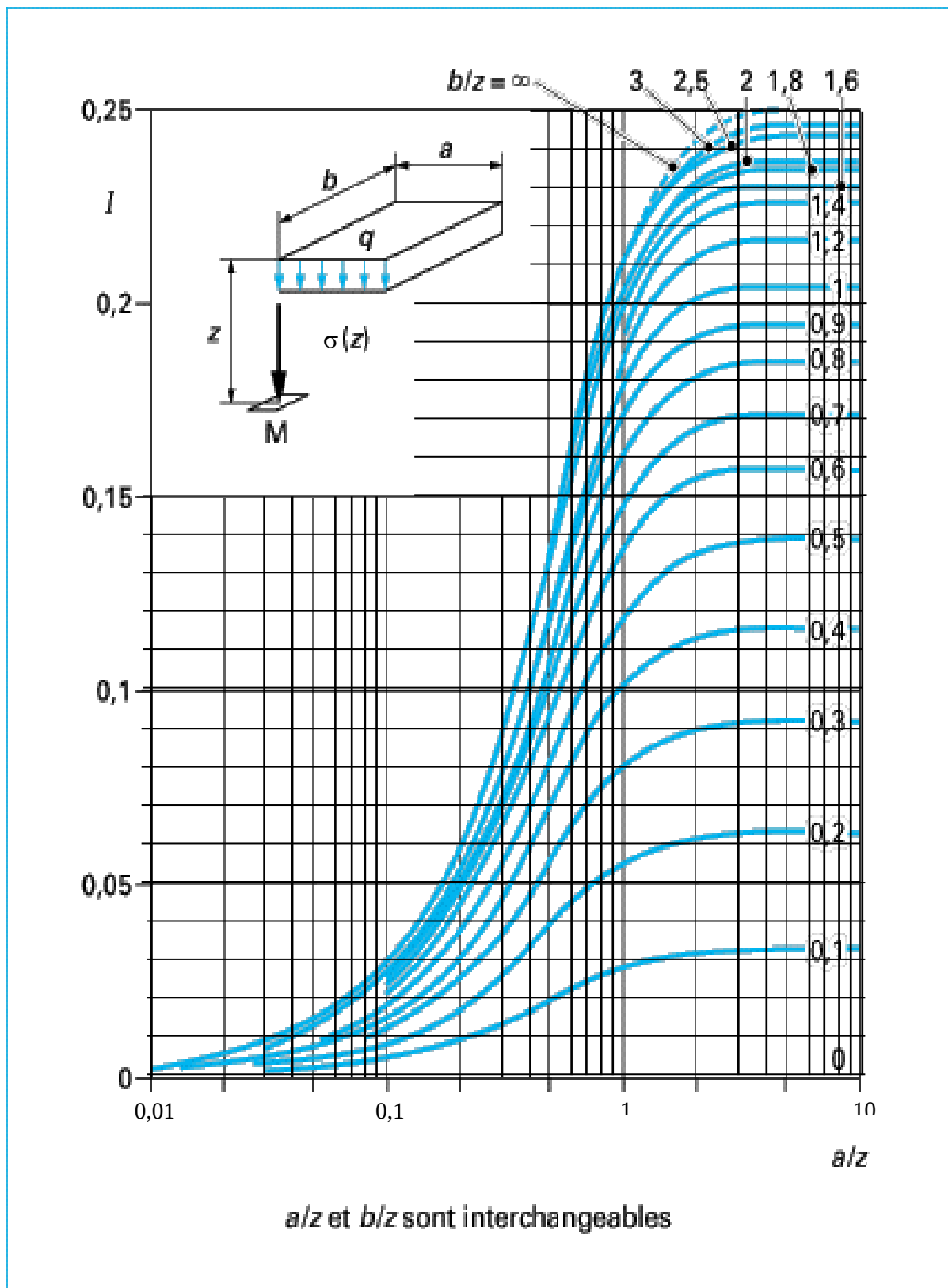
Figure 3 -Méthode approchée pour le calcul de la répartition des contraintes au sein d'un massif



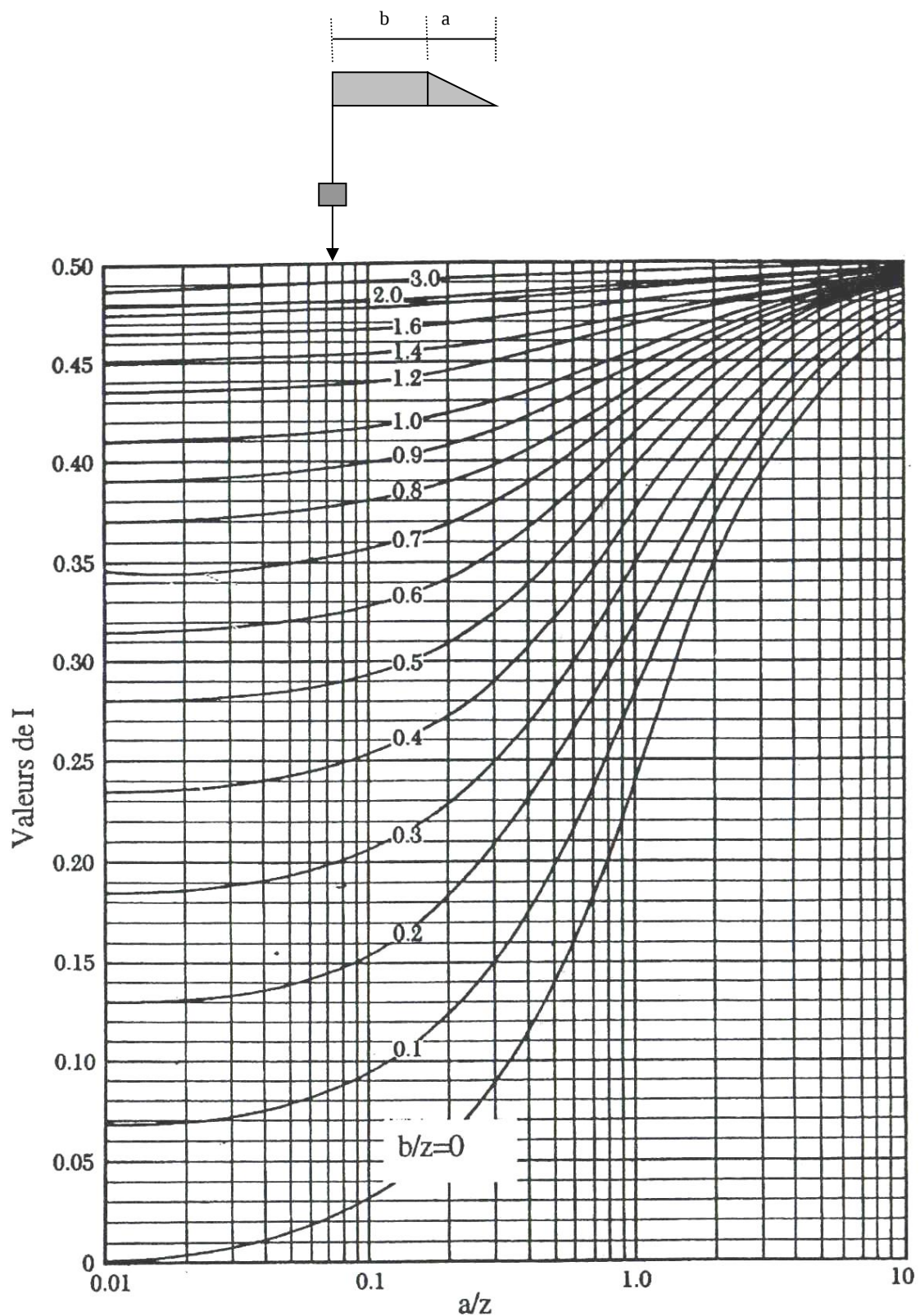
Abaque1 : Répartition des accroissements de contraintes verticales pour une **semelle filante** de largeur B , uniformément chargée par p



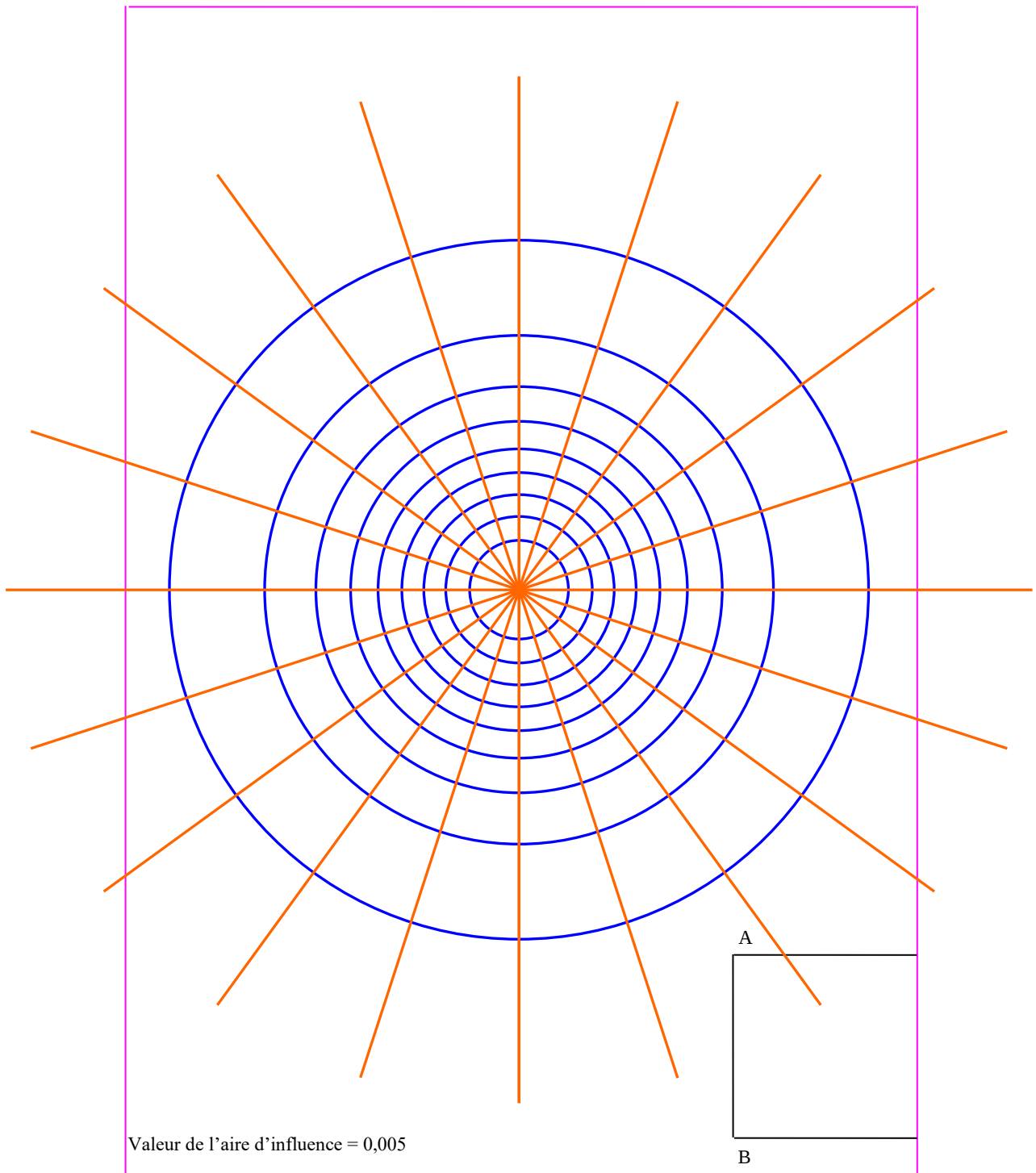
Abaque 2 - Accroissement de contrainte verticale $\Delta\sigma_v$ sous l'axe d'une fondation circulaire uniformément chargée (par la contrainte q)



Abaque 3 (STEINBRENNER) - Coefficient d'influence I donnant le supplément de contrainte $\Delta\sigma_v(z)$ en un point M situé sous un angle d'un rectangle uniformément chargé



Abaque 4 (OSTERBERG) -Coefficient d'influence I donnant le supplément de contrainte verticale $\Delta\sigma_v(z)$ en un point du plan vertical passant par A dans le cas d'une bande infinie de section trapézoïdale



Abaque n°5 : ABAQUE DE NEWMARK