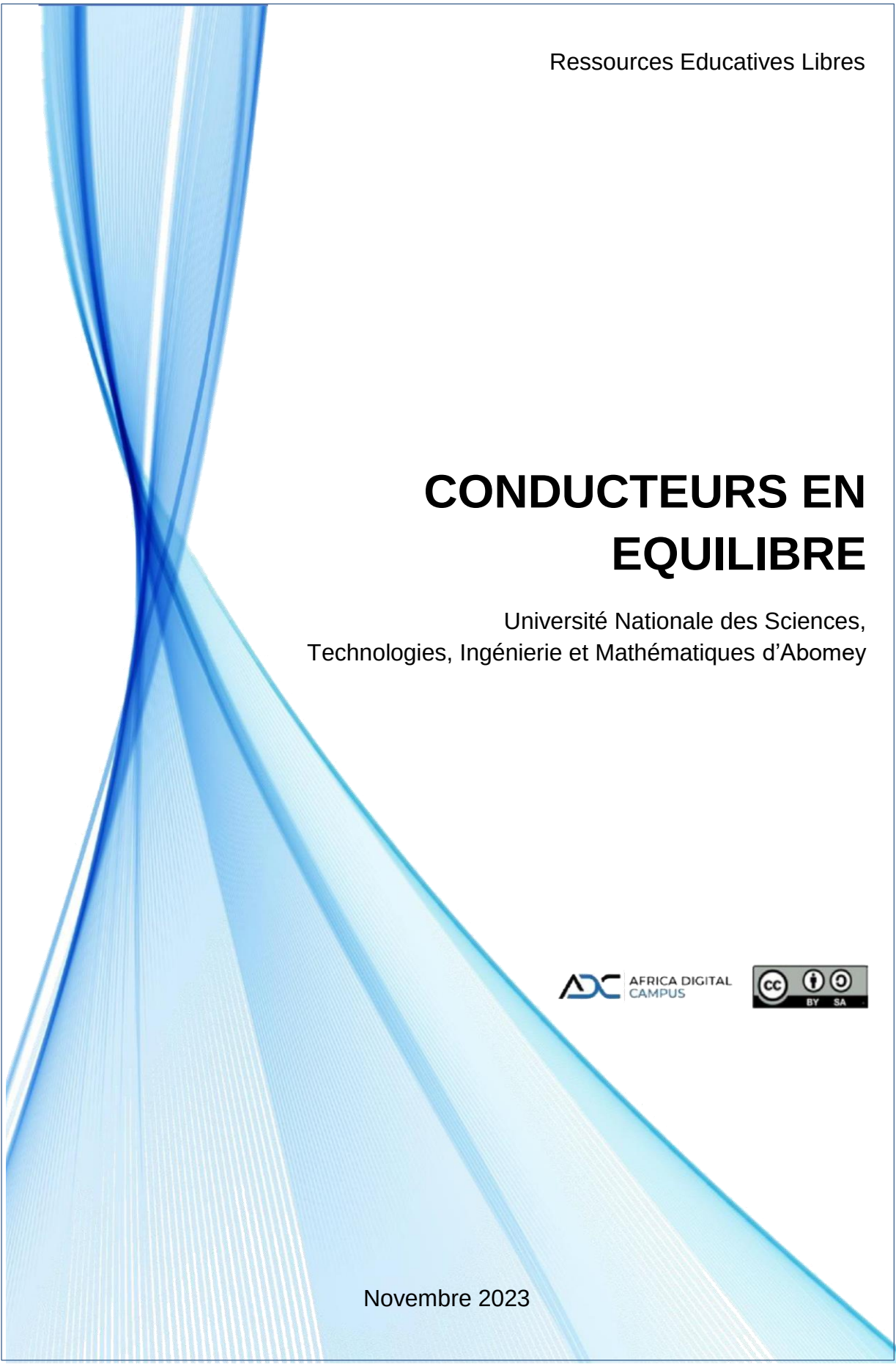




Ressources Educatives Libres

CONDUCTEURS EN EQUILIBRE

Université Nationale des Sciences,
Technologies, Ingénierie et Mathématiques d'Abomey



Novembre 2023

Chapitre 3

Les conducteurs en équilibre électrostatique

3.1 Définition

Les conducteurs sont des milieux dans lesquels existent des charges libres (positives ou négatives) pouvant être mises en mouvement sous l'action d'un champ électrostatique. Parmi les conducteurs, on peut citer les métaux, les semiconducteurs, les électrolytes ou encore les gaz ionisés.

A l'intérieur d'un système isolé constitué par plusieurs conducteurs, des déplacements de charges peuvent s'opérer :

- par frottement de corps non chargés préalablement,
- par contact de deux corps, si l'un des deux corps ou les deux sont chargés initialement,
- par l'influence de corps chargés sur un corps isolé placé en leur voisinage

3.2 Conducteur en équilibre électrostatique : champ et potentiel

On définit la condition d'équilibre d'un conducteur comme impliquant l'immobilité des charges contenues à l'intérieur de ce conducteur.

3.3 A l'intérieur du conducteur

A l'intérieur du conducteur le champ électrostatique est nul (de sorte que $\vec{F} = q\vec{E} = \vec{0}$). L'équation locale s'écrit : $\text{div}(\vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0})$ entraîne que l'équilibre s'exprime finalement par $\vec{E} = \vec{0}, V = \text{cste}, \rho = 0$.

3.3.1 Au voisinage du conducteur

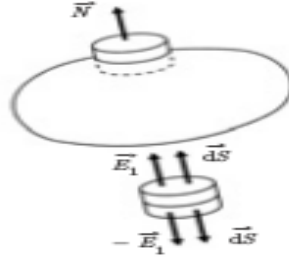
Les charges portées par un conducteur ne peuvent se répartir que sur sa surface qui porte alors une densité surfacique σ .

Théorème de coulomb

Au voisinage d'une surface chargée, le champ électrostatique est normal à la surface du conducteur et vaut : $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$.

Où $\vec{n}$ est un vecteur normal à la surface et dirigé vers l'extérieur. Le champ est donc dirigé vers l'extérieur si $\sigma > 0$.

3.3.2 A la surface du conducteur



Soit ds un élément de surface sur un conducteur chargé d'une densité surfacique σ . le théorème de Gauss appliqué au cylindre élémentaire indiqué sur la figure donne :

$$E_1 ds + E_1 ds = \frac{\sigma ds}{\epsilon_0} \Rightarrow E_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

Le champ extérieur crée par l'élément ds seul est donc $\vec{E}_1 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{n}$.

Or le champ extérieur au voisinage de ds pris sur le conducteur chargé est : $\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}$. On en déduit que le champ crée par le reste du conducteur (conducteur privé de ds) est

$$\vec{E}_2 = \vec{E} - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}. \quad (3.1)$$

L'élément σds ne voyant pas son propre champ, ne subit que l'action du champ $\vec{E}_2$. Il en résulte une force :

$$d\vec{F} = \sigma ds \vec{E}_2 = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0} ds \vec{n}. \quad (3.2)$$

On peut ainsi définir une pression électrostatique s'exerçant en tout point de la surface du conducteur chargé :

$$p = \frac{dF}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_0}. \quad (3.3)$$

3.4 Capacité d'un conducteur seul dans l'espace

Si Q est la charge portée par la surface externe d'un conducteur et V le potentiel du conducteur ou de sa surface, la capacité du conducteur est : $C = \frac{Q}{V}$.

3.4.1 Plusieurs conducteurs en équilibre électrostatique

le phénomène d'influence apparaît lorsque plusieurs conducteurs chargés interagissant. Lorsque deux conducteurs (C_1) et (C_2) sont en équilibre, il y a influence mutuelle.

Théorème des éléments correspondant

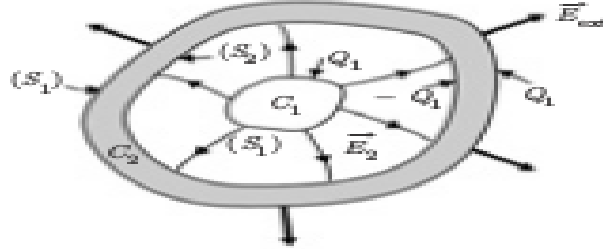
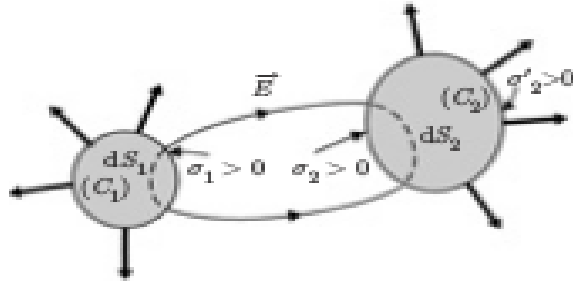
Si (1) et (2) sont deux lignes de champ quelconques ds_1 et ds_2 sont appelés des éléments correspondants. Les charges respectives portées par ces éléments sont telles que $q_1 = -q_2$.

3.4.2 Influence totale

Elle correspond au cas où le conducteur (C_2) entoure le conducteur (C_1). On a alors

$$Q_1 = \int_{S_1} \sigma_1 ds_1 = - \int_{S_2} \sigma_2 ds_2 \quad (3.4)$$

Les charges globales portées par les deux surfaces en regard sont égales et opposées. On peut donc résumer la situation de la manière suivante :



- Dans la partie massive de C_1 : $\vec{E}_1 = \vec{0}$;
- Sur la surface de C_1 charge $Q_1 > 0$ créant $\vec{E}_2$;
- Sur la surface interne de C_2 : charge $-Q_1$,
- Sur la surface externe de C_2 : apparition de la charge $+Q_1$ pour assurer la neutralité de C_2 (si l'on suppose (C_2) neutre au départ),
- à l'extérieur des deux conducteurs : le champ $\vec{E}_{ext}$ est celui crée par la seule charge Q_1 portée par la surface externe de C_2

3.4.3 Condensateurs

Un condensateur est constitué de deux conducteurs A et B en influence totale. La capacité d'un condensateur est égale à :

$$C = \frac{Q_A}{V_A - V_B} \quad (3.5)$$

3.5 Energie potentiel

- L'énergie potentielle d'interaction, entre une particule de charge q , de position M et un champ électrostatique $\vec{E}(M)$ associé au potentiel $V(M)$ est $E_p = qV$
- L 'énergie potentielle d'interaction de deux charges q_1 et q_2 situées en M_1 et M_2 est $E_{P_{int}} = \frac{q_1 q_2}{\pi \epsilon_0 M_1 M_2}$.

3.6 Analogie avec le champ de gravitation

- Une particule de masse m placée en M , en présence d'une distribution de masse D , subit une force d'origine gravitationnelle : $\vec{F} = m\vec{g}(M)$
Où $\vec{g}(M)$ est le champ de gravitation crée en M par la distribution D .
- Le champ de gravitation $\vec{g}(M)$, crée en M par une particule de masse m située en P a pour expression :

$$\vec{g}(M) = -\frac{Gm}{PM^2} \vec{e}_{PM} = -\frac{Gm}{PM^2} \vec{u} \quad \text{avec} \quad G = 6.67 \cdot 10^{-13} m^3 kg^{-1} s^{-2} \quad (3.6)$$

avec $\vec{e}_{PM}$ le vecteur unitaire orienté de P vers M . Deux remarques essentielles s'imposent entre la force d'interaction électrostatique et la force de gravitation

- les deux forces ont pour direction la droite qui relie les positions des deux particules ; leurs intensités sont également toutes les deux inversement proportionnelles au carré de la distance entre les deux particules.
- cependant, une distinction importante est à retenir : alors que la force d'interaction électrostatique peut être attractive ou répulsive, selon les signes des deux charges, la force d'interaction gravitationnelle est, elle toujours attractive.

Electrostatique	gravitation
Charge q	masse m
densité volumique de charge	masse volumique
force $\vec{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$	force $\vec{F} = -Gm.m' \frac{\vec{u}}{r^2}$
champ $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{u}$	champ $\vec{g} = -Gm \cdot \frac{\vec{u}}{r^2}$
Constante $\frac{1}{4\pi\epsilon_0}$	$-G$