

Ressources Educatives Libres

CORRIGE DE TRAVAUX DE DIRIGES DYNAMIQUE DES FLUIDES PARFAITS INCOMPRESSIBLES

Université Nationale des Sciences,
Technologies, Ingénierie et Mathématiques d'Abomey



Novembre 2023

Exercice 1

1) Déterminer v_2 de Coulomb



$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2 + P_2$$

$$P_1 = P_2 \quad z_1 = z_2 = h$$

$$v_1 \ll v_2$$

$$\frac{1}{2} \rho v_2^2 = \rho g (z_1 - z_0)$$

$$v_0 = \sqrt{2gh} = v_2$$

$$v_2 = \sqrt{2gh} \quad v_2 = \sqrt{2 \times 9,81 \times 3}$$

$$v_2 = 7,67 \text{ m/s}$$

2) Débit massique

$$Q = \rho S v_2 = \rho \frac{\pi d^2}{4} \sqrt{2gh}$$

$$Q = 60,21 \text{ kg/s} \text{ aucune}$$

proportion donnée

Exercice 2

$$P_1 - P_{B1} = \rho g (z_{B1} - z_1)$$

$$P_{B1} - P_{B2} = \rho_{Hg} (z_{B2} - z_{B1})$$

$$P_{B2} - P_2 = \rho g (z_2 - z_{B2})$$

$$P_1 - P_2 = \rho_{Hg} g h + \rho g (z_{B1} - z_{B2})$$

$$P_1 - P_2 = \rho_{Hg} g h - \rho g h$$

$$P_1 - P_2 = g h (\rho_{Hg} - \rho)$$

2) D'après le théorème de Bernoulli

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2 + P_2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) \text{ car } z_1 = z_2$$

$$v_2 \frac{\pi D_2^2}{4} = v_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = Q$$

$$v_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} \quad v_1 = \frac{4Q}{\pi D_1^2}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \rho \left[\frac{16Q^2}{\pi^2 D_2^4} - \frac{16Q^2}{\pi^2 D_1^4} \right]$$

$$P_1 - P_2 = \frac{8\rho Q^2}{\pi^2} \left[\frac{1}{D_2^4} - \frac{1}{D_1^4} \right] \quad (a)$$

$$D_2 = \frac{D_1}{2} \quad D_1 = 2D_2$$

$$P_1 - P_2 = \frac{8\rho Q^2}{\pi^2} \left[\frac{1}{D_2^4} - \frac{1}{16D_2^4} \right]$$

$$= \frac{8\rho Q^2}{16\pi^2} \left[\frac{15}{D_2^4} \right]$$

$$P_1 - P_2 = \frac{15\rho Q^2}{2\pi^2 D_2^4} \quad (b)$$

$$P_1 - P_2 = \frac{8\rho Q^2}{\pi^2} \left[\frac{16}{D_1^4} - \frac{1}{D_1^4} \right]$$

$$= \frac{8\rho Q^2}{\pi^2} \left[\frac{15}{D_1^4} \right]$$

$$P_1 - P_2 = \frac{120\rho Q^2}{\pi^2 D_1^4}$$

$$P_1 - P_2 = \frac{120\rho Q^2}{\pi^2 D_1^4} \quad (c)$$

3) Expression Q

$$g h (\rho_{Hg} - \rho) = \frac{8\rho Q^2}{\pi^2} \left(\frac{1}{D_2^4} - \frac{1}{D_1^4} \right)$$

$$Q = \sqrt{\frac{\pi^2 g h (\rho_{Hg} - \rho) \left(\frac{1}{D_2^4} - \frac{1}{D_1^4} \right)}{8\rho}}$$

$$gh(\rho_{hg} - \rho) = \frac{15 \text{ fe } Q^2}{2\pi^2 D_c^4} \quad (1)$$

$$Q = \sqrt{\frac{2\pi^2 D_c^4 gh(\rho_{hg} - \rho)}{15 \text{ fe}}}$$

$$gh(\rho_{hg} - \rho) = \frac{120 \text{ fe } Q^2}{\pi^2 D_c^4}$$

$$Q = \sqrt{\frac{\pi^2 D_c^4 gh(\rho_{hg} - \rho)}{120 \text{ fe}}}$$

c) Application numérique

$$Q = 9,14/2 = 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s}$$

Exo 3

2) La viscosité cinématique ν

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{d \rho}$$

$$\nu = \frac{0,11}{0,9 \times 10^3} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$\nu = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

2) Vitesse de l'écoulement

$$Q_v = S v = \frac{\pi D^2}{4} v$$

$$v = \frac{4 Q_v}{\pi D^2}$$

$$v = \frac{4 \times 19,710^{-3}}{3,14 \times 0,25^2} = 0,4$$

$$v = 0,4 \text{ m/s}$$

x Débit massique Q_m

$$Q_m = \rho Q_v \quad Q_m = 19,7 \text{ kg/s}$$

3) Nombre de Reynolds

$$Re = \frac{v D}{\nu} \quad Re = \frac{0,4 \times 0,25}{10^{-4}}$$

$$Re = 1000$$

$Re < 2000$ donc l'écoulement est laminaire

4) Coefficient de perte de charge

$$\lambda = 0,316 (1000)^{-0,25}$$

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

$$\lambda = 0,064$$

$$J_L = -\lambda \frac{v^2}{2} \left(\frac{L}{D} \right)$$

$$J_L = -0,064 \left(\frac{0,4^2}{2} \right) \left(\frac{1650}{0,25} \right)$$

$$J_L = -33,7928 \text{ J/kg}$$

Exercice 4

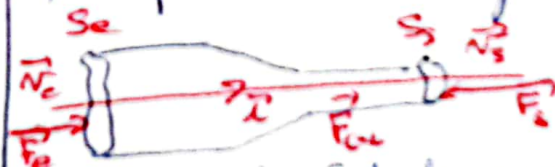
2) Montrer que $4v_e = v_s$

D'après l'équation de continuité

$$S_e v_e = S_s v_s \quad \text{or } S_e = 4 S_s$$

$$4 S_s v_e = S_s v_s \Rightarrow 4 v_e = v_s$$

2) Expression de la force $\vec{F}_{ec}$



Système: liquide de masse volumique ρ
Référentiel RTSG

Régers (92)

Bilan des forces:

- la force $\vec{F}_{ec} = -\vec{F}_{ce}$ exercée par la canalisation sur le fluide par $\vec{F}_e$ et $\vec{F}_s$ les forces de pression à l'entrée et à la sortie.

$$gh(p_{hg} - p_e) = \frac{15 \ell_e Q^2}{2\pi^2 D_2^4} \quad (1)$$

$$Q = \sqrt{\frac{2\pi^2 D_2^4 gh(p_{hg} - p_e)}{15 \ell_e}}$$

$$gh(p_{hg} - p_e) = \frac{120 \ell_e Q^2}{\pi^2 D_1^4}$$

$$Q = \sqrt{\frac{\pi^2 D_1^4 gh(p_{hg} - p_e)}{120 \ell_e}}$$

4) Application numérique

$$Q = 9,14 / s = 10^{-4} m^3/s$$

Exo 3

2) La viscosité cinématique ν

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{\mu}{d \ell_e}$$

$$\nu = \frac{0,11}{0,9 \times 10^3} = 10^{-4} m^2/s$$

$$\nu = 10^{-4} m^2/s$$

2) Vitesse de l'écoulement

$$Q_v = S v = \frac{\pi D^2}{4} v$$

$$v = \frac{4 Q_v}{\pi D^2}$$

$$v = \frac{4 \times 19,7 \times 10^{-3}}{3,14 \times 0,25^2} = 0,4$$

$$v = 0,4 m/s$$

* Débit massique Q_m

$$Q_m = \rho Q_v \quad Q_m = 19,7 kg/s$$

$$3) \text{ Nombre de Reynolds } Re = \frac{v D}{\nu} \quad Re = \frac{0,4 \times 0,25}{10^{-4}}$$

$$Re = 1000$$

$Re < 2000$ donc l'écoulement est laminaire

4) Coefficient de perte de charge

$$\lambda = 0,316 (1000)^{-0,25}$$

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

$$\lambda = 0,064$$

$$5) J_L = -\lambda \frac{v^2}{2} \left(\frac{L}{D} \right)$$

$$J_L = -0,064 \left(\frac{0,4^2}{2} \right) \left(\frac{1650}{0,25} \right)$$

$$J_L = -33,7928 / kg$$

Exercice 4

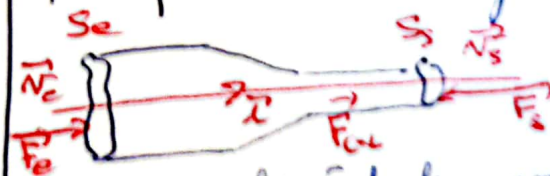
1) Montrer que $4v_e = v_s$

D'après l'équation de continuité

$$S_e v_e = S_s v_s \quad \text{or } S_e = 4 S_s$$

$$4 S_s v_e = S_s v_s \Rightarrow 4 v_e = v_s$$

2) Expression de la force $\vec{F}_{ec}$



Système: liquide de masse volumique ρ

Référentiel: R.T.S.G

Repère (O, x)

Bilan des forces:

- la force $\vec{F}_{ec} = -\vec{F}_{sc}$ exercée par la canalisation sur le fluide
- $\vec{F}_e$ et $\vec{F}_s$ les forces de pression à l'entrée et à la sortie

D'après le théorème d'Euler on a :

$$-\vec{F}_{L-c} + \vec{F}_e + \vec{F}_s = Q_m(\vec{v}_s - \vec{v}_e)$$

Par projection sur (Ox) on a :

$$-F_{L-c)x} + F_{ex} + F_{sx} = Q_m(v_{sx} - v_{ex})$$

$$-F_{L-c)x} + F_e - F_s = Q_m(v_s - v_e)$$

$$\begin{aligned} F_{L-c)x} &= F_e - F_s - Q_m(v_s - v_e) \\ &= P_e S_e - P_s S_s - Q_m(v_s - v_e) \\ &= P_e S_e - P_s \frac{S_e}{4} - \rho S_e v_e (4v_e - v_e) \\ &= S_e \left(P_e - \frac{P_s}{4} \right) - 3\rho S_e v_e^2 \end{aligned}$$

$$F_{L-c)x} = S_e \left(P_e - \frac{P_s}{4} \right) - 3\rho S_e v_e^2$$

$$\vec{F}_{L-c} = \left[S_e \left(P_e - \frac{P_s}{4} \right) - 3\rho S_e v_e^2 \right] \vec{x}$$

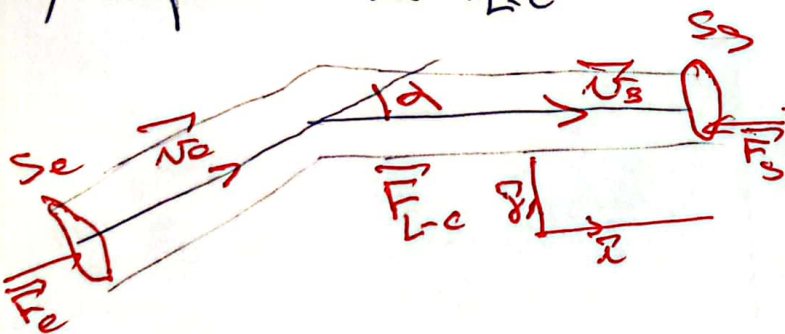
Exercice 5

1) Montrons que $v_e = v_s = v$

$$S_e v_e = S_s v_s \quad \text{or} \quad S_e = S_s$$

$$v_e = v_s$$

2) Expression de $\vec{F}_{L-c}$



Système : liquide de masse volumique ρ

Referentiel : RTSG

Repère : $(O, \vec{x}, \vec{y})$

Bilan des forces :

- la force $\vec{F}_{c-L} = -\vec{F}_{L-c}$ exercée par la paroi sur le fluide

- les forces $\vec{F}_e$ et $\vec{F}_s$ à l'entrée et à la sortie de la section négligeable.

D'après la relation fondamentale de l'équilibre le théorème d'Euler on a :

$$-\vec{F}_{L-c} + \vec{F}_e + \vec{F}_s = Q_m(\vec{v}_s - \vec{v}_e)$$

$$-F_{L-c)x} + F_{ex} + F_{sx} = Q_m(v_{sx} - v_{ex})$$

$$-F_{L-c)y} + F_{ey} + F_{sy} = Q_m(v_{sy} - v_{ey})$$

$$E) \quad -F_{L-c)x} + F_e \cos \alpha + F_s = Q_m(v_s - v_e \cos \alpha)$$

$$-F_{L-c)y} + F_e \sin \alpha = Q_m(-v_e \sin \alpha)$$

$$F_{L-c)x} = F_e \cos \alpha - F_s - Q_m v_e (1 - \cos \alpha)$$

$$F_{L-c)y} = F_e \sin \alpha + Q_m v_e \sin \alpha$$

$$F_{L-c)x} = P_e S_e \cos \alpha - P_s S_e - Q_m v_e (1 - \cos \alpha)$$

$$F_{L-c)y} = P_e S_e \sin \alpha + Q_m v_e \sin \alpha$$

$$F_{L-c)x} = P_e S_e (\cos \alpha - 1) - Q_m v_e (1 - \cos \alpha)$$

$$F_{L-c)y} = (P_e S_e + Q_m v_e) \sin \alpha$$

$$\vec{F}_{L-c} = F_{L-c)x} \vec{x} + F_{L-c)y} \vec{y}$$